

# Changement climatique : bases scientifiques et apports des mathématiques

Aurélien Ribes

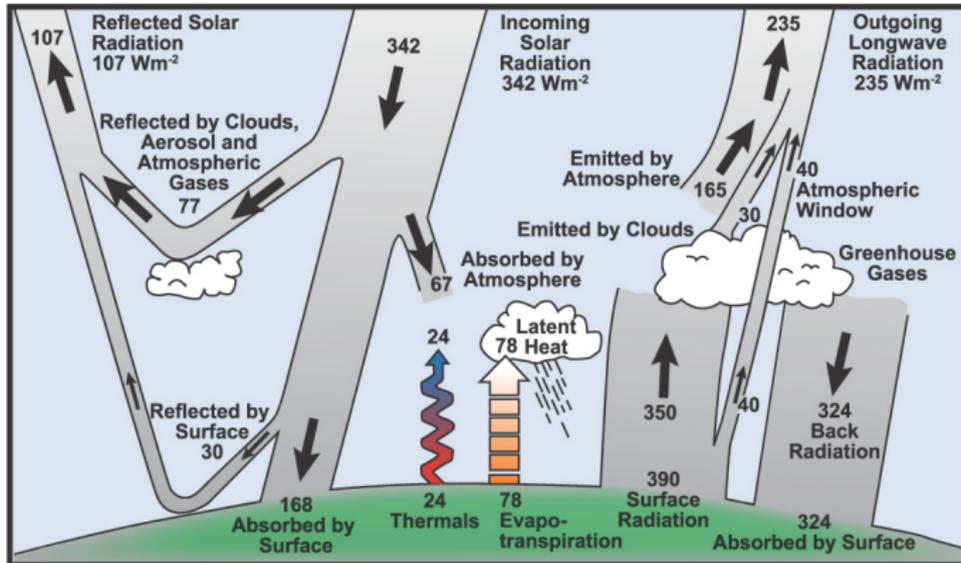
CNRM - GAME, Météo France - CNRS

UPS - APMEP, 9 Avril 2018



- 1 Bases physiques
- 2 GIEC, Scénarios, Projections
- 3 Quelques apports des mathématiques

# Bilan radiatif planétaire



Quel nouvel équilibre avec un effet de serre accru ?

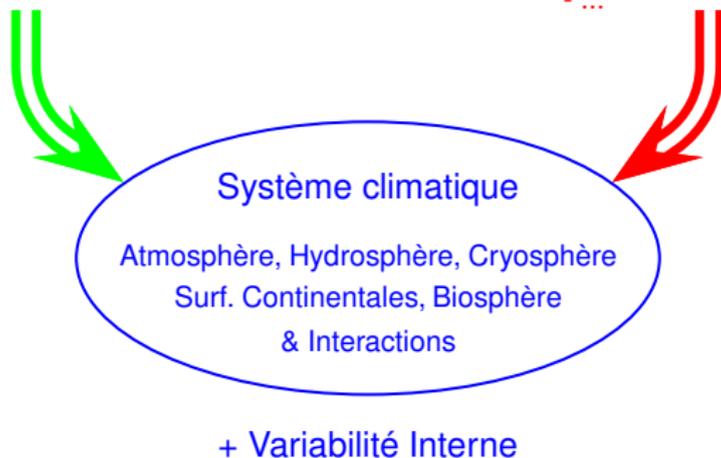
# Système climatique, variabilité interne, forçage externe

## Forçages naturels

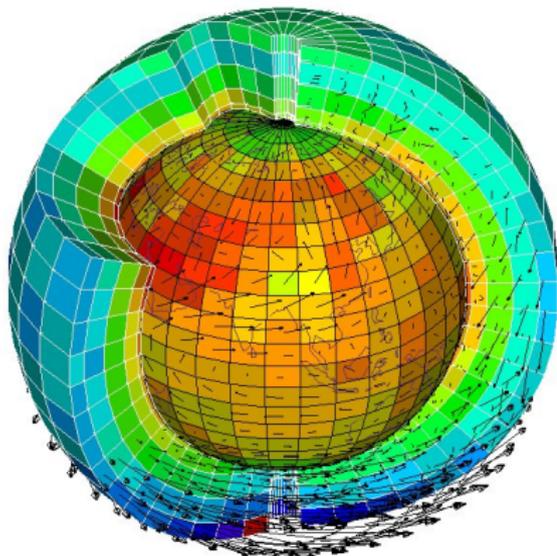
- Activité solaire
- Éruptions volcaniques
- Variations d'orbite ("astronomique")
- ...

## Forçages anthropiques

- Gaz à effet de serre
- Aérosols
- Utilisation des sols
- ...



# La modélisation



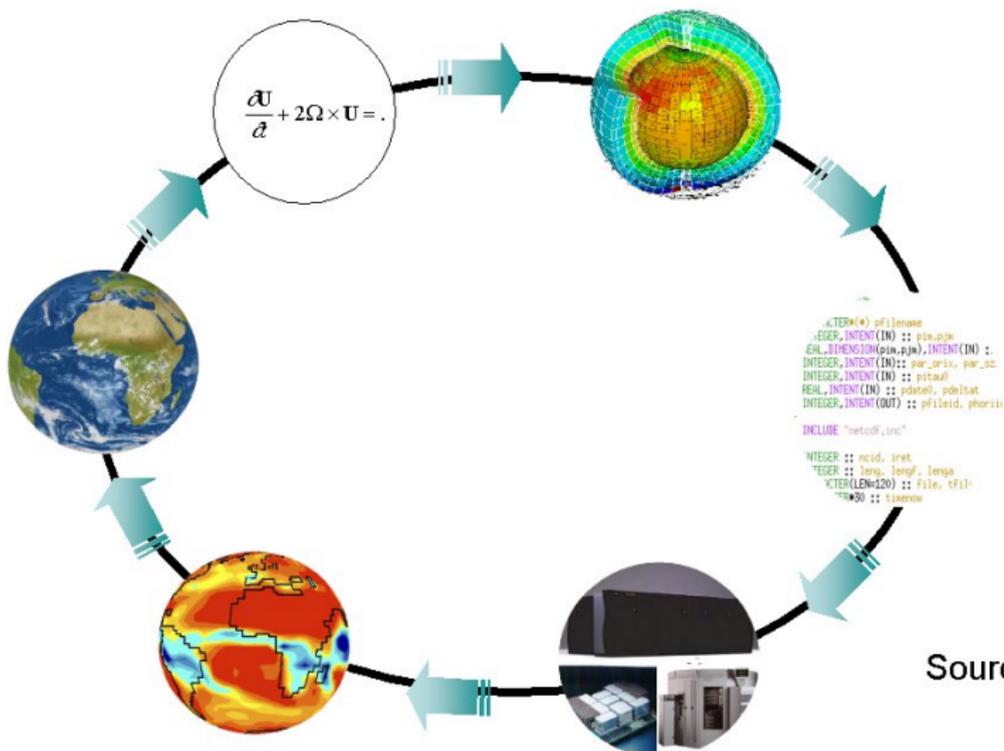
Modélisation basée sur :

- équations physiques
- résolution numérique approchée des EDP (schémas numériques)

Discrétisation :

- spatiale (H)  $\sim$  100 à 500 kms,
- spatiale (V)  $\sim$  10 m à 1 km,
- temporel  $\sim$  15'.

# Boucle de modélisation



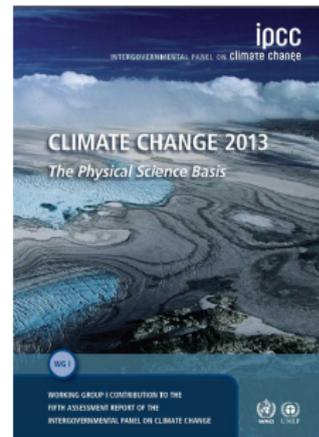
Source: IPSL

- 1 Bases physiques
- 2 GIEC, Scénarios, Projections**
- 3 Quelques apports des mathématiques

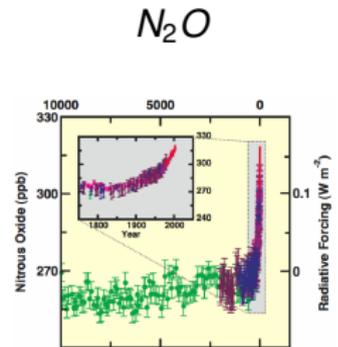
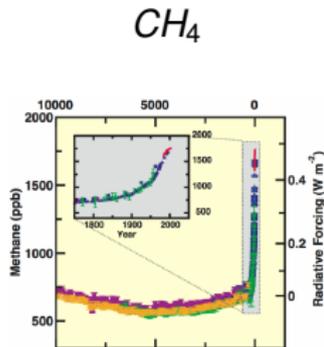
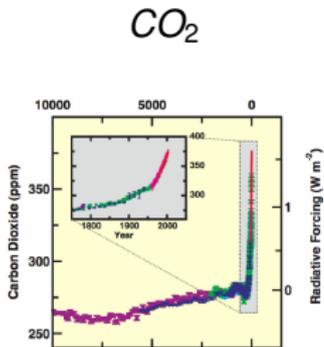
# Introduction : le GIEC

## Le Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC)

- Créé en 1988 par l'ONU et l'OMM,
- Publie un rapport d'évaluation tous les 4 à 7 ans, le dernier en 2013-2014,
- 1<sup>er</sup> volet : bases scientifiques, observations, projections,
- 2<sup>nd</sup> volet : impacts, vulnérabilité, adaptation,
- 3<sup>ème</sup> volet : atténuation.



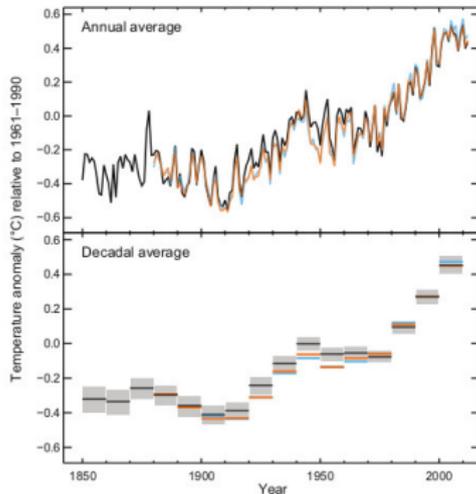
# Évolution des concentrations de GES



Source : GIEC, 2007

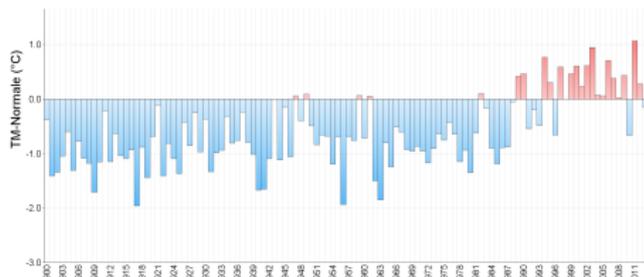
# Observations : températures

## Global



Source: GIEC, 2013

## France

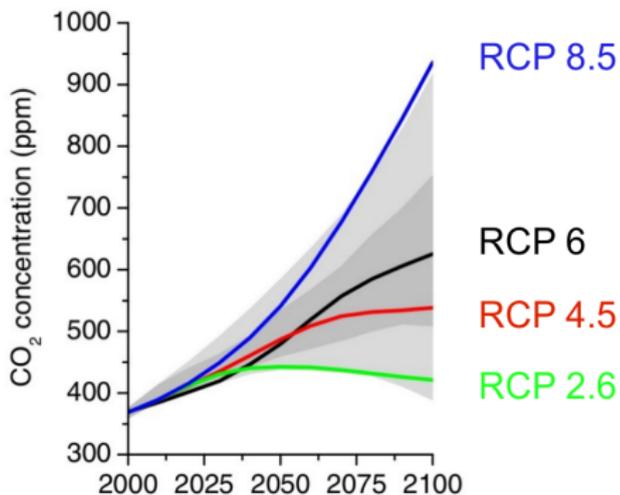
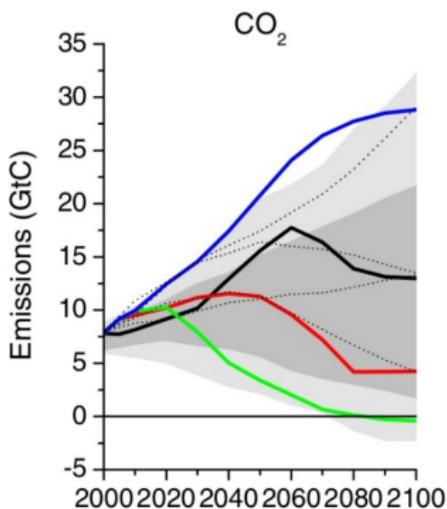


Source: Météo France

“Le réchauffement du système climatique est sans équivoque”(GIEC, 2013).  
(Températures et autres indicateurs)

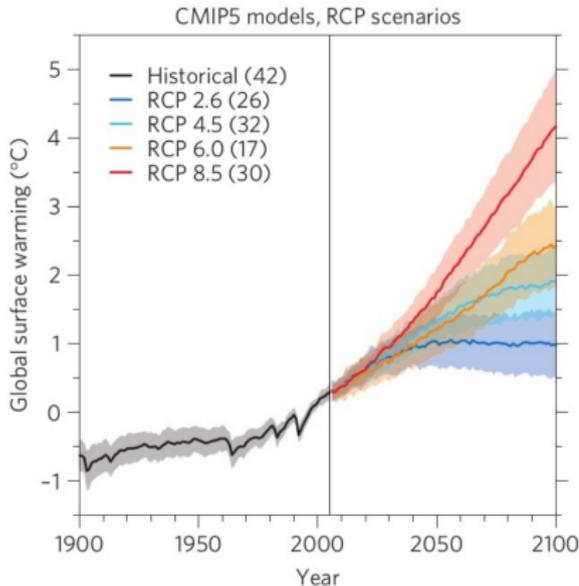
# Les scénarios

Quels sont les futurs possibles ?  
Les scénarios d'émission (RCP)



# Projections : Simulations

# Projections : Réchauffement moyen



Réchauffement global moyen  
(2081-2100 vs 1986-2005)

RCP8.5 : 2.6°C – 4.8°C

RCP 6 : 1.4°C – 3.1°C

RCP4.5 : 1.1°C – 2.6°C

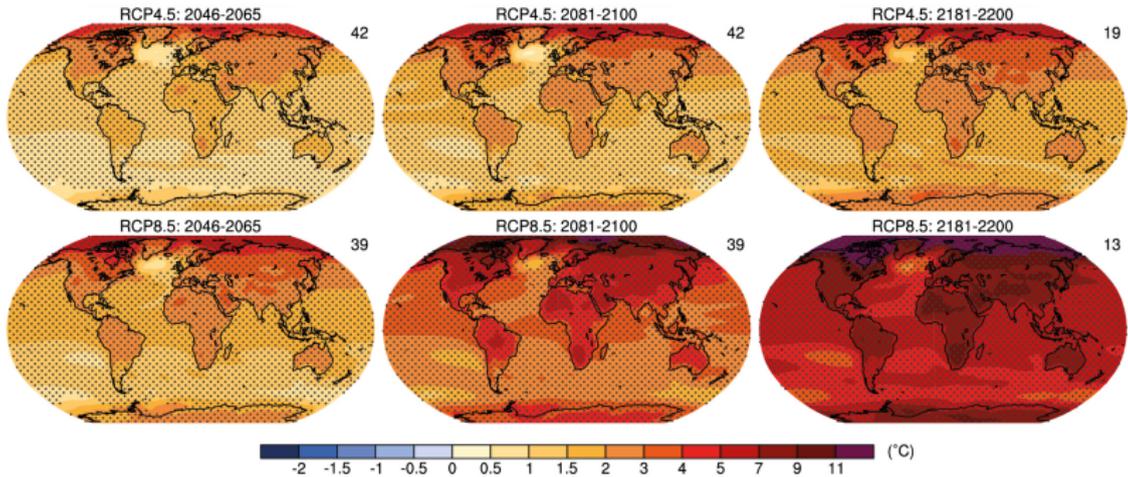
RCP2.6 : 0.3°C – 1.7°C

Graphique : Knuti & Sedlacek, 2012  
Chiffres : GIEC, 2013

# Projections : Distribution spatiale

Distribution spatiale du réchauffement moyen annuel :

- 2 scénarios RCP4.5 et RCP8.5,
- 3 périodes : milieu 21<sup>ème</sup>, fin 21<sup>ème</sup>, fin 21<sup>ème</sup> (référence : 1986-2005).

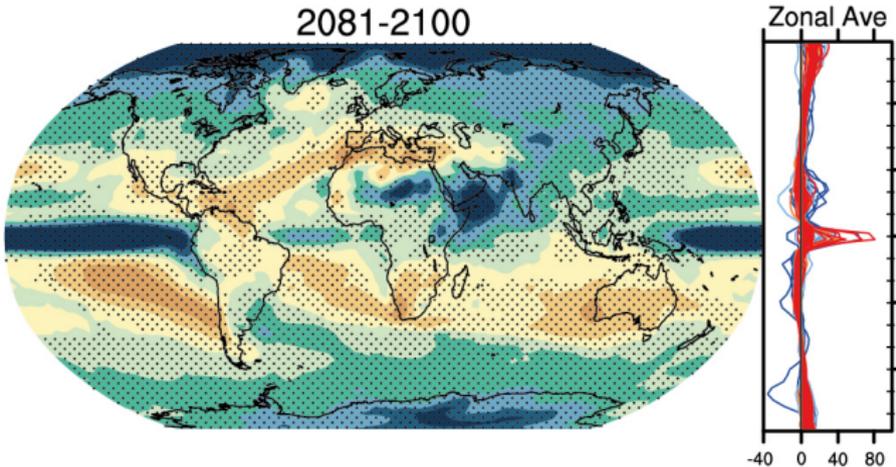


Source : GIEC, 2013

# Projections : précipitations moyennes

Precipitation scaled by global T (% per °C)

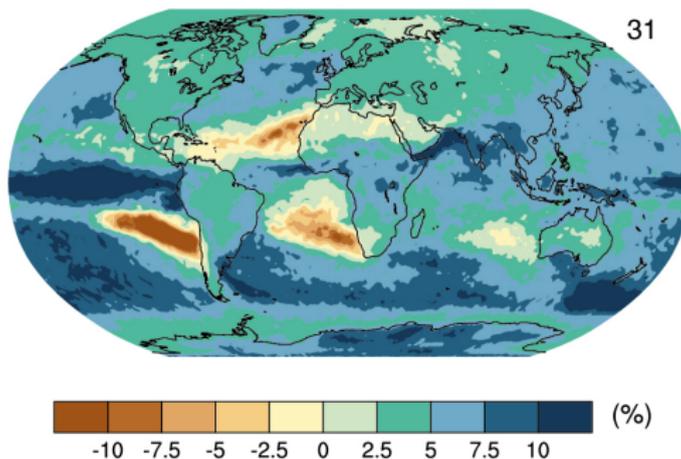
2081-2100



Source : GIEC, 2013

# Projections : épisodes de fortes précipitations

Daily precipitation 20-yr RV change per 1°C warming



Source : GIEC, 2013

1 Bases physiques

2 GIEC, Scénarios, Projections

- 3 Quelques apports des mathématiques
- Numérique et harmoniques sphériques
  - Théorie des valeurs extrêmes
  - Description de la variabilité climatique
  - Calibration statistique de modèles de climat
  - Détection et attribution

# Mathématiques du numérique

- Les modèles de météo / climat calculent des solutions approchées des équations de Navier-Stokes (équations du mouvement en mécanique des fluides).
- Modèle MF dit “spectral”, basé sur les harmoniques sphériques.

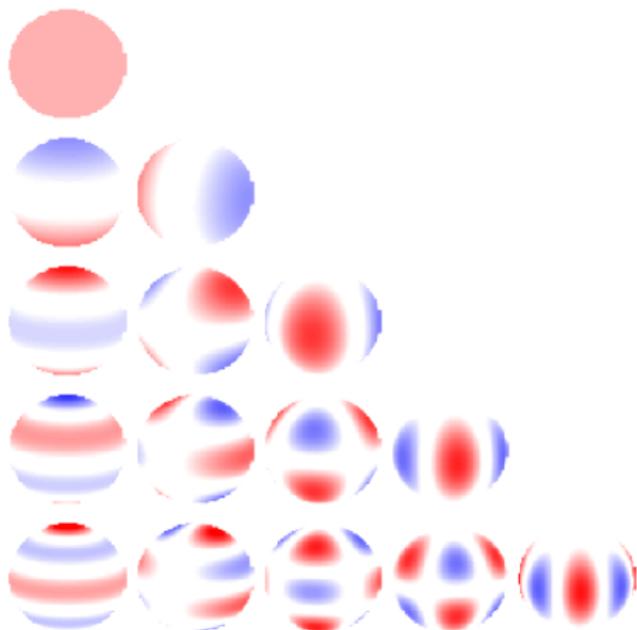
Sur  $I \subset \mathbb{R}$ , base de Fourier  $\sin(kx)$ :

$$\frac{d^2}{dx^2} \sin(kx) = -k^2 \sin(kx)$$

Sur la sphère  $\mathbb{S}_2$ , harmoniques sphériques  $Y_n^m$ :

$$\Delta Y_n^m = -\frac{n(n+1)}{R^2} Y_n^m$$

# Harmoniques sphériques



Premières harmoniques sphériques  $Y_n^m$ .

- 1 Bases physiques
- 2 GIEC, Scénarios, Projections
- 3 Quelques apports des mathématiques
  - Numérique et harmoniques sphériques
  - **Théorie des valeurs extrêmes**
  - Description de la variabilité climatique
  - Calibration statistique de modèles de climat
  - Détection et attribution

# Théorie des valeurs extrêmes

- On s'intéresse aux valeurs les plus fortes plutôt qu'aux valeurs moyennes

## Théorème central limite

$x_1, \dots, x_n$  iid avec  $E(X_i) = \mu$  et  $Var(X_i) = \sigma^2 < \infty$ .  $S_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$  vérifie,

$$\sqrt{n} \frac{S_n - \mu}{\sigma} \xrightarrow{\mathcal{L}} N(0, 1).$$

## Théorème des valeurs extrêmes

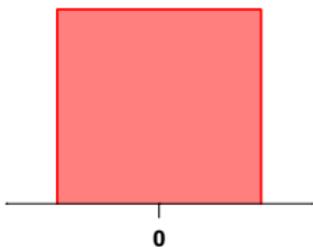
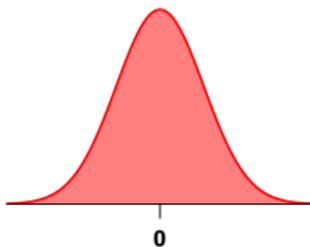
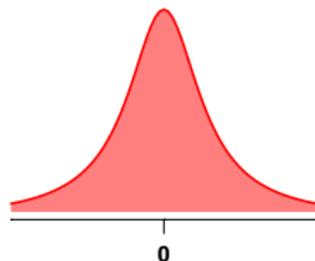
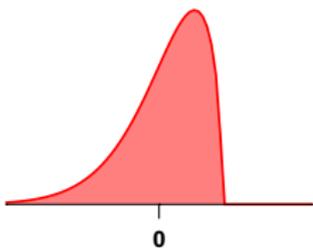
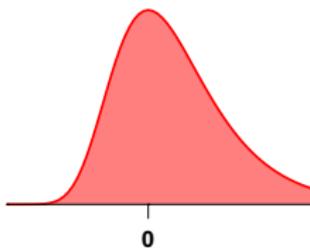
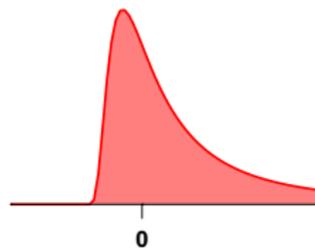
$x_1, \dots, x_n$  iid, et  $M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$ . Sous certaines conditions,  $\exists a_n, b_n$ ,

$$\frac{M_n - a_n}{b_n} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\mathcal{L}} \mathcal{G},$$

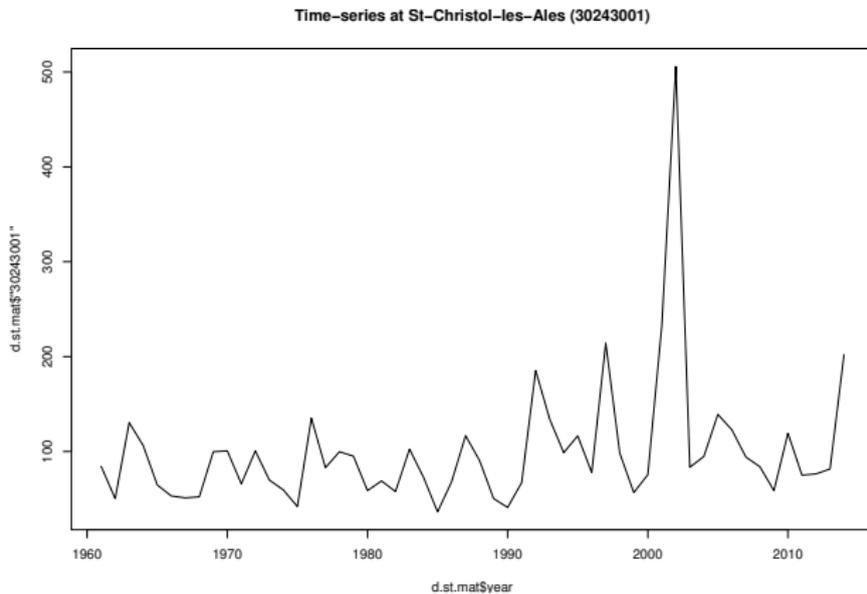
$\mathcal{G}$  suit une  $GEV(\mu, \sigma, \xi)$  (Gumbel, Weibull ou Fréchet).

Applications : estimation de probabilités d'occurrence, attribution d'événements, etc.

# Différents comportements d'extrêmes

**Uniform****Gauss****Cauchy****Weibull****Gumbel****Fréchet**

# Données réelles : exemple



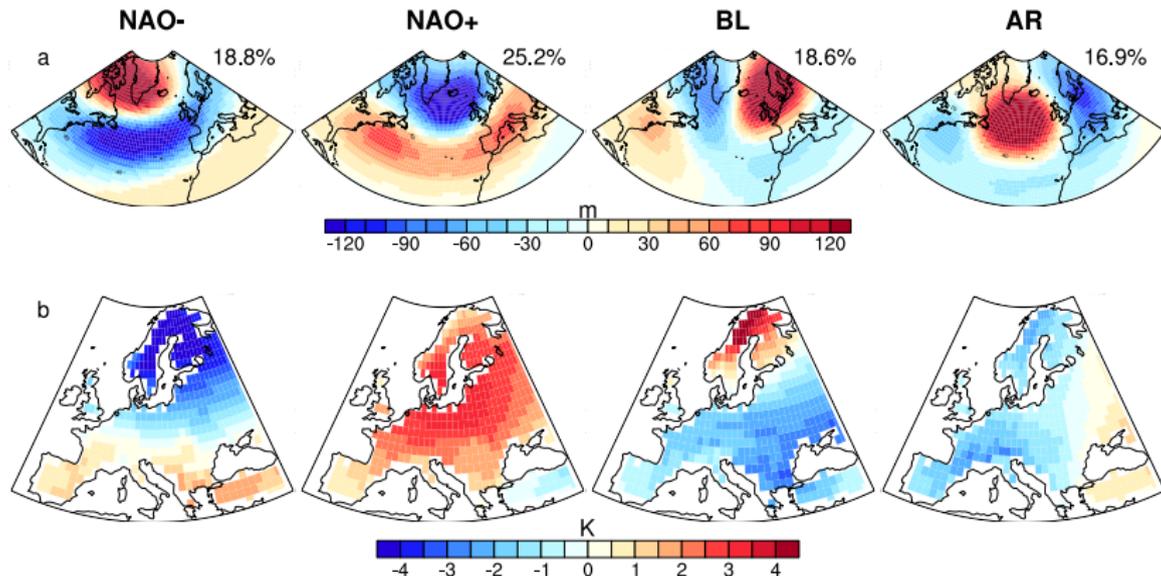
- 1 Bases physiques
- 2 GIEC, Scénarios, Projections
- 3 Quelques apports des mathématiques
  - Numérique et harmoniques sphériques
  - Théorie des valeurs extrêmes
  - **Description de la variabilité climatique**
  - Calibration statistique de modèles de climat
  - Détection et attribution

# Champs de pression et circulation atmosphérique

Voir animation

# Description de la variabilité climatique

Classification de la circulation atmosphériques (pression),

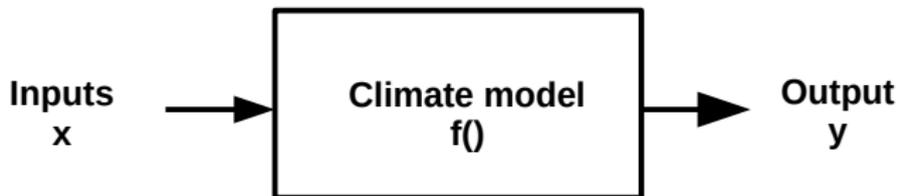


Brève MPT2013 : *“Pourquoi grelotte-t-on alors que la planète se réchauffe ?”*  
par J. Cattiaux.

- 1 Bases physiques
- 2 GIEC, Scénarios, Projections
- 3 Quelques apports des mathématiques
  - Numérique et harmoniques sphériques
  - Théorie des valeurs extrêmes
  - Description de la variabilité climatique
  - **Calibration statistique de modèles de climat**
  - Détection et attribution

# Calibration statistique de modèles de climat

## Uncertainty quantification



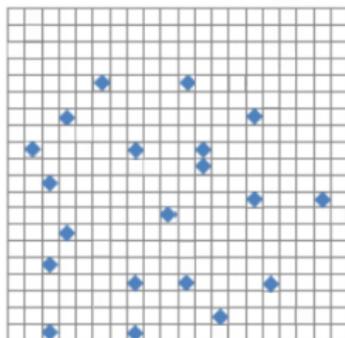
- 1. Inputs:** Paramètres mal connus utilisés dans le modèle, e.g. convection, rayonnement, micro-physique, etc; 20 paramètres.
- 2. Output:**  $y \in \mathbb{R}$ ,
- 3. Échantillon d'apprentissage:** On calcule quelques vrais  $y_i = f(x_i)$ ,
- 4. Emulateur:** On estime la fonction  $f()$ , pour pouvoir calculer d'autres valeurs facilement.
- 5. Calibration:** Chercher la valeur de  $x$  donnant le *meilleur*  $y$ .

# Quels échantillon d'apprentissage ?

- $2^{20} > 10^6 \dots$   
Impossible de prendre 2 valeurs pour chaque paramètre.
- On tire des points dans l'espace de  $x$ , e.g.  $\mathbb{R}^{20}$ .
- On cherche à *remplir* l'espace ; "space filling".

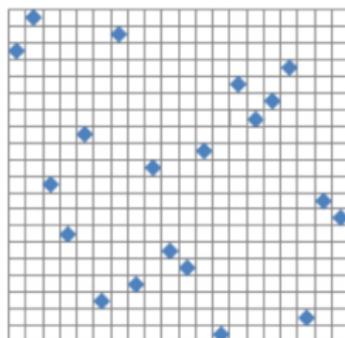
## Monte Carlo Sampling

(Some shared rows or columns.)



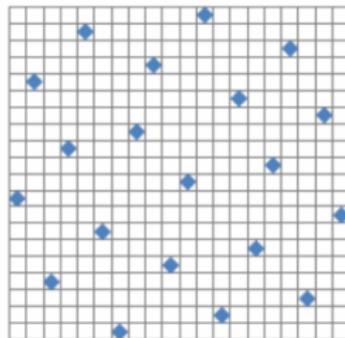
## Latin Hypercube Sampling

(Monte Carlo Sampling with no shared rows or columns.)



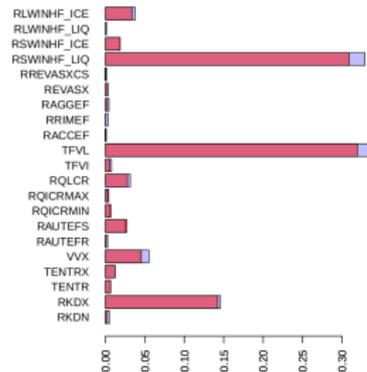
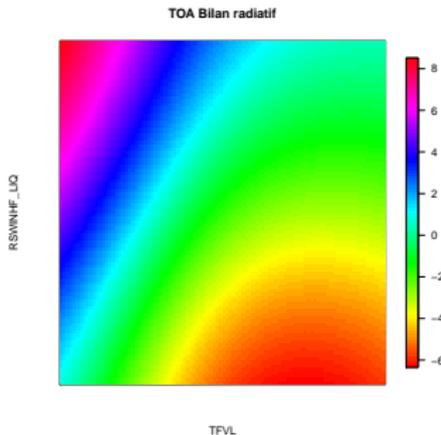
## Optimal Space-Filling Design Sampling

(Latin Hypercube sampling with even distribution of points)



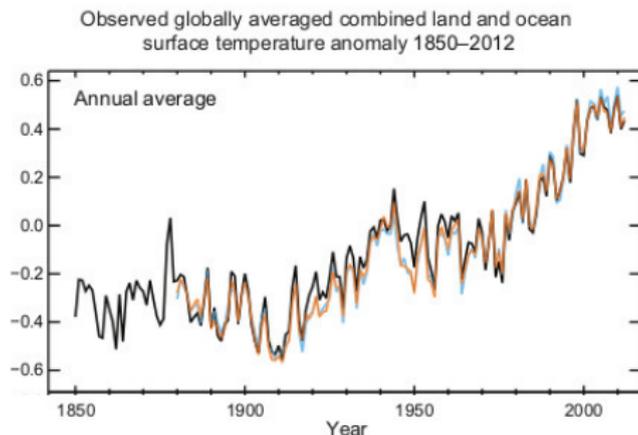
# Construction d'émulateur

Difficultés d'estimation, de visualisation...



- 1 Bases physiques
- 2 GIEC, Scénarios, Projections
- 3 Quelques apports des mathématiques
  - Numérique et harmoniques sphériques
  - Théorie des valeurs extrêmes
  - Description de la variabilité climatique
  - Calibration statistique de modèles de climat
  - Détection et attribution

# Détection et attribution : Introduction



GIEC, 2013

Le système climatique est influencé par

- Des forçages externes :
  - Forçages naturels (NAT), e.g. activités solaire, volcanique...
  - Changements de concentration atmosphérique de gaz à effet de serre (GES) d'origine anthropique,
  - D'autres perturbations anthropiques (OA) comme les aérosols, l'utilisation des sols, etc,
- La variabilité interne naturelle du système.

# D&A : Introduction

## Détection (d'un changement $X$ )

Démontrer que (*le changement*)  $X$  n'est pas cohérent avec la variabilité interne seule.

## Attribution

(AR5)

“Évaluer les contributions respectives de plusieurs causes à un changement ou à un événement avec une quantification du niveau de confiance statistique”

Par exemple : peut-on estimer le réchauffement passé dû aux GES ?

# Un exemple de processus : AR1

Que seraient les fluctuations "normales" du climat en l'absence de perturbations humaines ?

## AR1 Processes

- Definition:

$$\varepsilon_t = \alpha\varepsilon_{t-1} + \nu_t,$$

where  $\nu$  is a white noise.

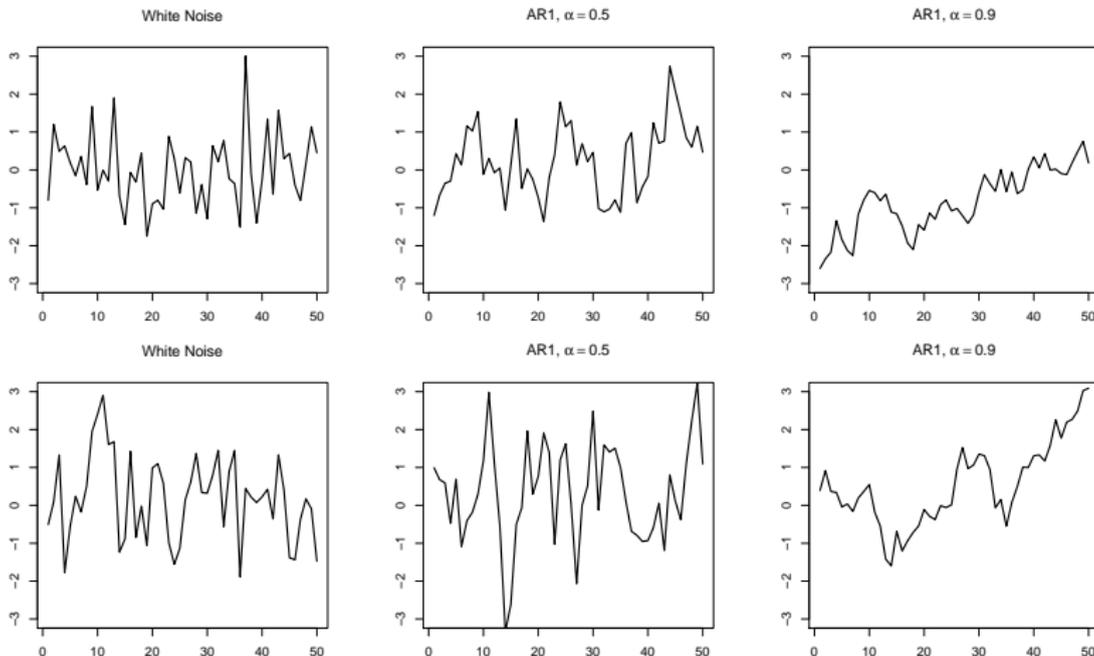
- Auto-correlation:

$$\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = \alpha^k, \quad \text{and}$$

$$\text{Var} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \sigma^2 \Sigma, \quad \text{with } \Sigma_{ij} = \alpha^{|i-j|}$$

# Un exemple de processus : AR1

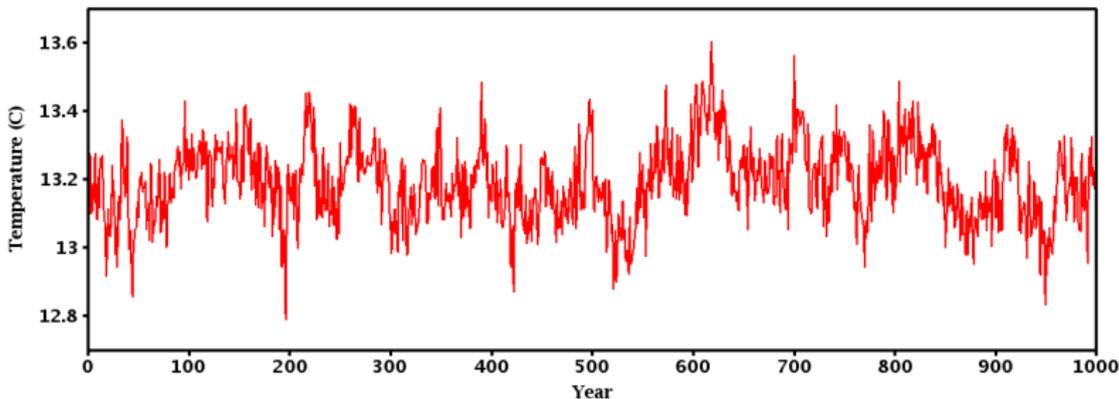
Quelques trajectoires typiques



**Figure 1:** Exemple de trajectoires de processus AR1 pour  $n=50$  pas de temps, et différents  $\alpha$ .

# A propos de la variabilité interne

Variabilité interne de la température moyenne globale (simulée par un modèle de climat)



# Autres thèmes possibles

- Changement climatique : normales météorologiques corrigées, attribution d'événements, etc,
- Reconstructions paléoclimatiques,
- Assimilation de données,
- Descente d'échelle statistique / générateurs de temps,
- Apprentissage...