









LA SOUSTRACTION DANS LES VALISES JEUX DE L'IRE

CYCLE 2

Pour le cycle 2 peuvent être utilisés :

-  Obtenir 4 page 10
-  Obtenir 6 page 11
-  Obtenir 7 page 12
-  Le nombre mystère page 13
-  Soustractions page 14
-  Carrés et cercles page 15
-  Tournicomptine page 16
-  Le petit triangle des différences page 17



Les trois premières activités sont plutôt destinées aux élèves de CP, les autres sont pour les CE1 et CE2.


OBTENIR 4, 5 ou 6 & LE NOMBRE MYSTÈRE


Pour toutes ces activités, c'est le même matériel qui est utilisé. On utilise les quatre caches ci-dessous (il y a d'autres possibilités et cela peut constituer une activité pour les élèves).



On peut aussi faire remarquer qu'il y a deux positions possibles pour le cache 2, quatre pour les caches 3 et 4 et huit pour le cache 1.

Les activités « Obtenir ... » utilisent surtout le calcul mental

 Pour le **nombre mystère**, c'est le cache 2, qui n'a que deux positions possibles, qui doit être utilisé en premier.

 Une position donne pour différence 5, l'autre donne 6. On s'aperçoit rapidement que le nombre mystérieux est 5.

3	9	8
12	4	7
6	15	10


3	9	8
12	4	7
6	15	10

3	9	8
12	4	7
6	15	10

3	9	8
12	4	7
6	15	10

SOUSTRACTIONS

Pour « Soustractions », le résultat est donné et il faut trouver les deux nombres qui le donnent.

 Pour ceux qui ont des difficultés, on peut faire remarquer que la première case, en haut à gauche, va recevoir le nombre le plus grand.




$\begin{array}{r} \textcircled{10} \\ \hline \textcircled{7} \\ \hline 3 \end{array} - \begin{array}{r} \textcircled{4} \\ \hline \textcircled{2} \\ \hline 2 \end{array} = 6$	$\begin{array}{r} \textcircled{16} \\ \hline \textcircled{9} \\ \hline 7 \end{array} - \begin{array}{r} \textcircled{6} \\ \hline \textcircled{3} \\ \hline 3 \end{array} = 10$	$\begin{array}{r} \textcircled{22} \\ \hline \textcircled{19} \\ \hline 3 \end{array} - \begin{array}{r} \textcircled{8} \\ \hline \textcircled{6} \\ \hline 2 \end{array} = 14$
--	---	--

TOURNICOMPTINE



1^{ère} méthode : On peut bien sûr commencer à chercher la solution en partant de 8 dans le sens indiqué par la tournicomptine. On peut soustraire uniquement 5 et 3 pour obtenir un nombre présent sur les pions donnés. Si on choisit 3 on obtient 5 et ensuite on ne peut lui ajouter que 2 pour obtenir 7 et pour la dernière opération on est bloqué.

Il faut donc soustraire 5 puis on trouve la suite des autres nombres qui est forcée.

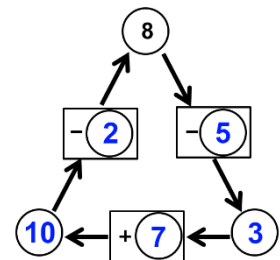
 Une méthode plus astucieuse consiste à s'intéresser à la dernière soustraction.




2^{ème} méthode : Avec les pions dont on dispose quelle soustraction peut donner comme résultat 8 ?

On trouve ainsi les emplacements de 10 et 2.

Comme seul $7 + 3 = 10$ on sait que 7 et 3 sont en bas. Mettre 7 au sommet gauche ne convient pas, on a donc le résultat ci-contre.



CARRÉS ET CERCLES

 6, étant le plus grand nombre, ne peut être le résultat d'une soustraction, il est obligatoirement dans un cercle.



1^{ère} méthode : Dans les soustractions qui utilisent les nombres de 1 à 6 et où figure le 6 on a :

$$6 - 5 = 1 \quad 6 - 4 = 2 \quad 6 - 3 = 3 \quad 6 - 2 = 4 \quad 6 - 1 = 5$$

Bien sûr la troisième différence ne peut être utilisée n'ayant qu'un pion 3.

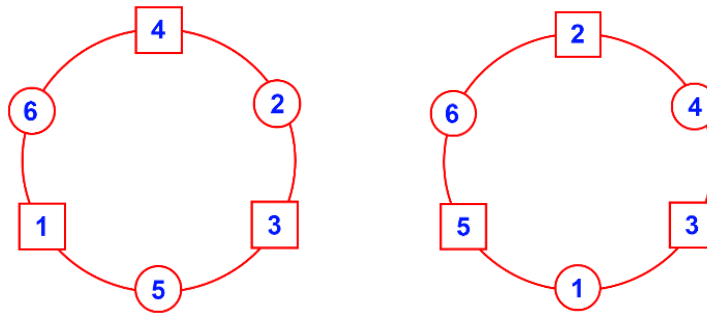
Si on utilise les deux premières, on se retrouve avec 5 et 4 qui n'ont pas pour différence 3. De même si on utilise les deux dernières on se retrouve avec 1 et 2 qui n'ont pas pour différence 3. On utilise donc la première et la quatrième et la deuxième et la cinquième.



2^{ème} méthode : Comme $6 - 3 = 3$, le pion 3 ne peut être utilisé ni dans un cercle ni dans un carré adjacent à 6.

Il se trouve donc dans le carré diamétralement opposé à 6. Les deux seules différences qui donnent 3 avec les points qui restent sont $4 - 1 = 3$ et $5 - 2 = 3$.

D'où les deux solutions, aux rotations et symétries près.



LE PETIT TRIANGLE DES DIFFÉRENCES

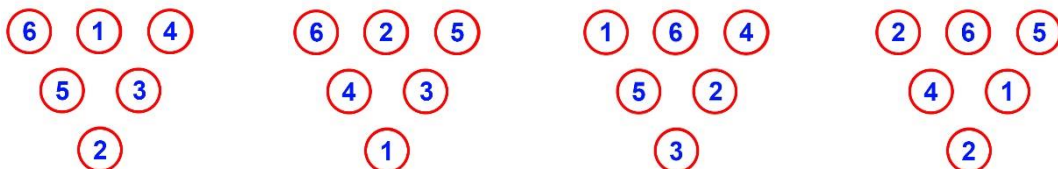


Une nouvelle fois 6, étant le plus grand nombre, ne peut être le résultat d'une soustraction, il est obligatoirement sur la première ligne.

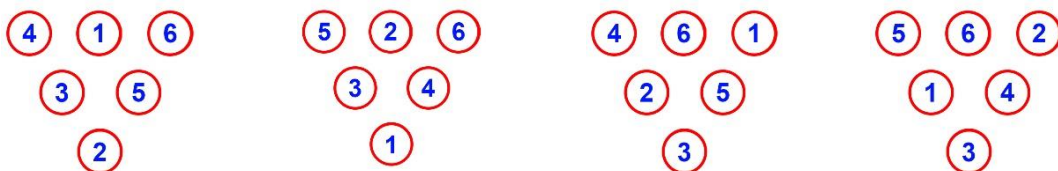
On peut aussi remarquer que comme $6 - 3 = 3$; $4 - 2 = 2$ et $2 - 1 = 1$; 6 et 3 ne peuvent être voisins sur la même ligne, il en va de même pour 4 et 2 ainsi que pour 2 et 1.



En partant comme dans « carrés et cercles » des différences où figure 6 on obtient les solutions suivantes :










et quatre autres obtenues à partir des précédentes par symétrie




CYCLE 3


Pour le cycle 3 peuvent être utilisés :

 Carrés et cercles (6 nombres)	p 15
 Le petit triangle des différences	p 17
 Carrés et cercles (8 nombres)	p 18
 Différence bornée	p 19
 Silence, on tourne ! (8 nombres)	p 20
 Différence imposée	p 21
 Le grand triangle des différences	p 22



CARRÉS ET CERCLES (8 nombres)

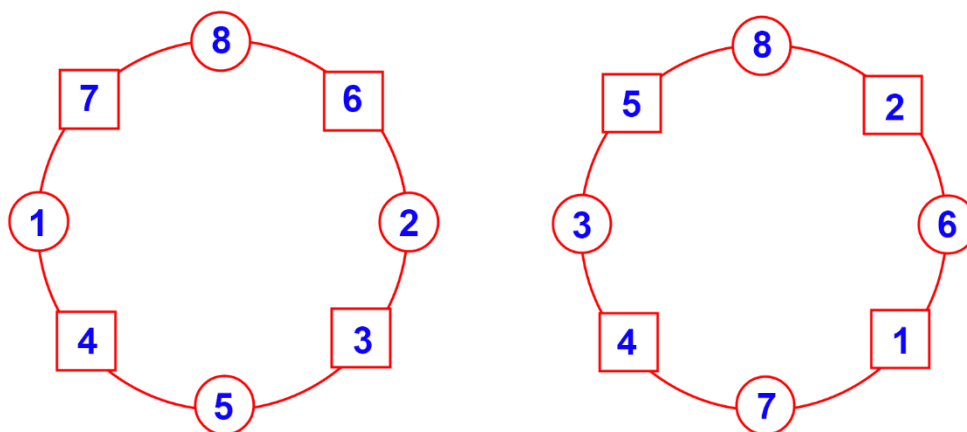
 8, étant le plus grand nombre, ne peut être le résultat d'une soustraction, il est obligatoirement dans un cercle.

 Seules les soustractions utilisables avec les nombres de 1 à 8 et où figure le 8 sont les suivantes :


$$8 - 7 = 1 ; 8 - 6 = 2 ; 8 - 5 = 3 ; 8 - 3 = 5 ; 8 - 2 = 6 ; 8 - 1 = 7$$


puisque $8 = 4 - 4$ ne peut être utilisée puisqu'il n'y a qu'un pion 4. On peut aussi remarquer que l'on ne peut pas mettre dans les deux carrés (ou les deux cercles) les plus proches du 8 deux nombres pairs ni deux nombres impairs. On commence par mettre 6 dans un carré adjacent à 8, dans l'autre seul 7 amène à une solution. De même avec 2 ou seul 5 fonctionne.


D'où les deux solutions, aux rotations et symétries près.



DIFFÉRENCE BORNÉE

 Tout d'abord il faut préciser le sens de « *ne doit pas être inférieure à 4* ». Cette différence peut être 4 ou plus de 4, c'est-à-dire 5, 6 ...

 Après une phase de manipulations on peut constater 4 et 5 ne peuvent avoir qu'un seul voisin respectivement 8 (seul $8 - 4$ est supérieur à 4) et 1 (seul $5 - 1$ est supérieur à 4). Ceci impose que 4 et 5 sont aux deux extrémités de la bande tandis que tous les autres peuvent bien avoir deux voisins.


 On peut donc compléter les deux extrémités de la bande :
4 8 ? ? ? ? 1 5 (ou son symétrique 5 1 ? ? ? ? 8 4)


Il reste donc à placer 2, 3, 6 et 7. Si on place 2 à côté de 8 alors dans tous les cas 6 et 3 vont être voisins ce qui n'est pas possible. Donc 3 est le voisin droit de 8 vient ensuite 7 puis 2 et 6.

On obtient :

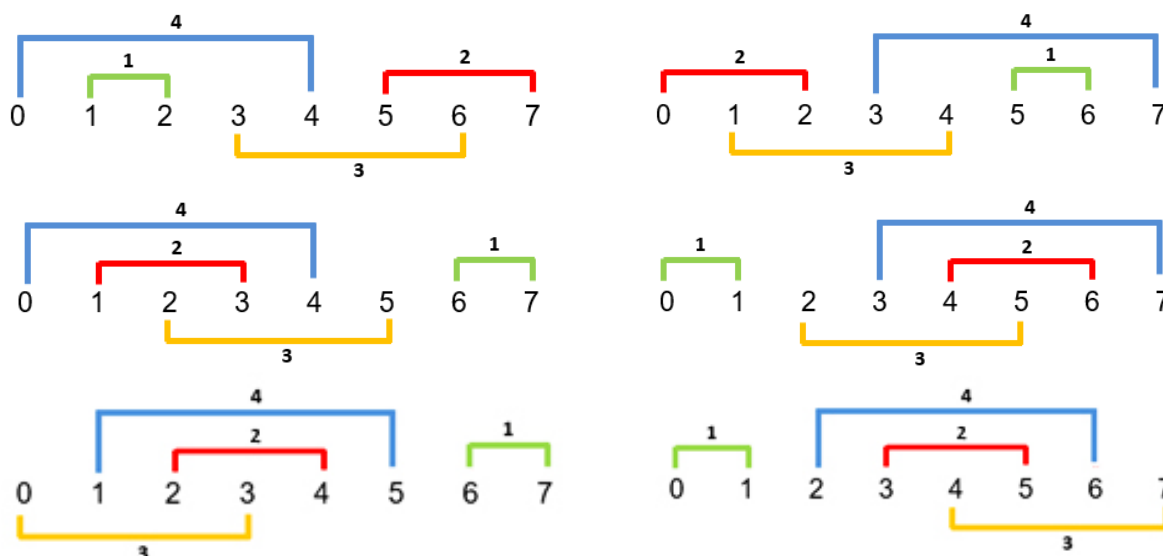
4 8 3 7 2 6 1 5
 ou le symétrique 5 1 6 2 7 3 8 4

SILENCE ON TOURNE (huit nombres)

 On peut trouver bien sûr par essais-erreurs mais on peut chercher à « emboîter » les différences.

 On peut se demander alors une fois les deux nombres ayant une différence de 4 choisis, comment choisir les deux nombres ayant une différence de 3 puis 2.

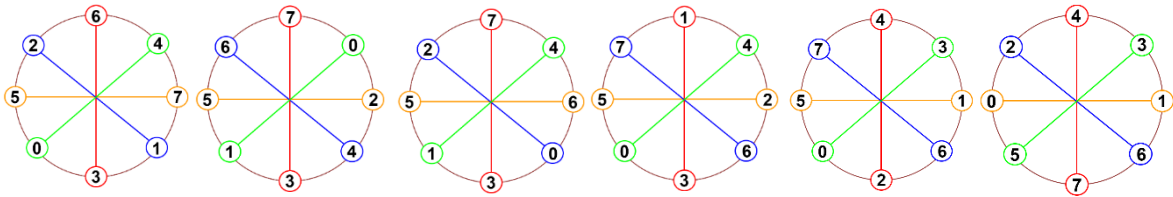
Il y a six solutions symétriques 2 à 2.





Par exemple $4 - 0 = 4$, seule et il reste $2 - 1 = 1$ est possible, il vient $6 - 3 = 3$ et $7 - 5 = 2$.

On obtient donc aux permutations près :



DIFFÉRENCE IMPOSÉE

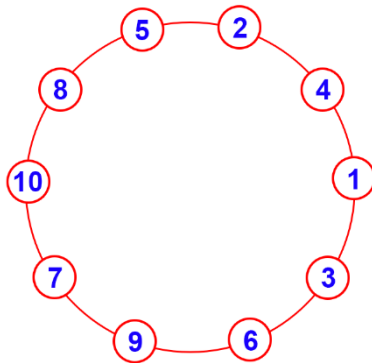


Comme pour la différence bornée, on va s'intéresser aux voisins possibles des nombres. On s'aperçoit que quatre nombres n'ont que deux voisins possibles : 10, 9, 2 et 1. Ils ont donc pour voisins 7 et 8 pour 10 ; 6 et 7 pour 9 ; 4 et 5 pour 2 enfin 3 et 4 pour 1.



On commence par positionner, par exemple, le plus grand c'est à dire 10 entouré de 7 et 8.

Le 9 se place alors à côté du 7 voisin obligé, le 6 se plaçant de l'autre côté du 9. Puisque le 6 est placé, on est contraint de placer le 5, seul voisin restant, à côté du 8. Sur la place libre à côté du 5, on est obligé de placer le 2 (qui, rappelons-le, n'a que deux voisins possibles) et à côté de ce dernier le 4. On finit par placer le 1 entre le 4 et le 3 qui est dès lors voisin du 6.




Pour un élève qui a des difficultés on peut faire remarquer que, par exemple, pour mettre autour du nombre 6 on a le choix entre 3, 4, 8, et 9. Alors que pour le 10, il n'y a pas de choix : c'est obligatoirement 7 et 8. Par quoi faut-il commencer ?




Pour certains élèves, le fait que dans la disposition des pions le plus petit peut être placé avant ou au-dessus du plus grand et qu'il doit faire une soustraction peut poser problème. Il faut revenir à la notion de cases consécutives

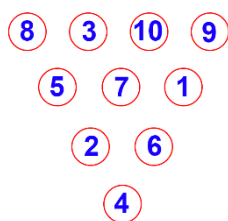
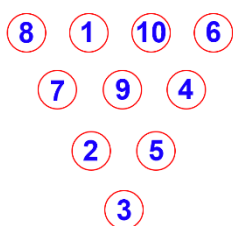
LE GRAND TRIANGLE DES DIFFÉRENCES

 A nouveau 10, étant le plus grand nombre, ne peut être le résultat d'une soustraction, il est obligatoirement sur la première ligne.

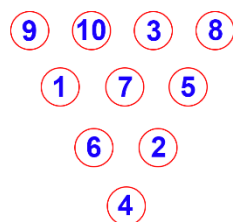
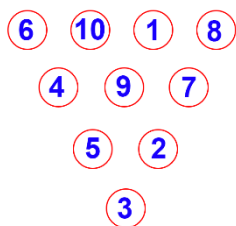
On peut aussi remarquer, comme dans le petit triangle des différences, que $10 - 5 = 5$; $8 - 4 = 4$; $6 - 3 = 3$; $4 - 2 = 2$ et $2 - 1 = 1$; 10 et 5 ne peuvent être voisins sur la même ligne, il en va de même pour 8 et 4 ; 6 et 3 ; 4 et 2 ainsi que pour 2 et 1.

 Mais ici, examiner tous les cas possibles demanderait trop de temps. C'est un exercice qui aboutit par essais-erreurs.

Il existe deux solutions :










et bien sûr leurs symétriques :




CYCLE 4

Pour le cycle 4 peuvent être utilisés :

- | | |
|---|------|
|  Carrés et cercles (8 nombres) | p 18 |
|  Différence bornée | p 19 |
|  Différence imposée | p 21 |
|  Le grand triangle des différences | p 22 |
|  Silence, on tourne ! (10 nombres) | p 23 |
|  Différence limitée | p 24 |
|  Deux ou trois | p 25 |

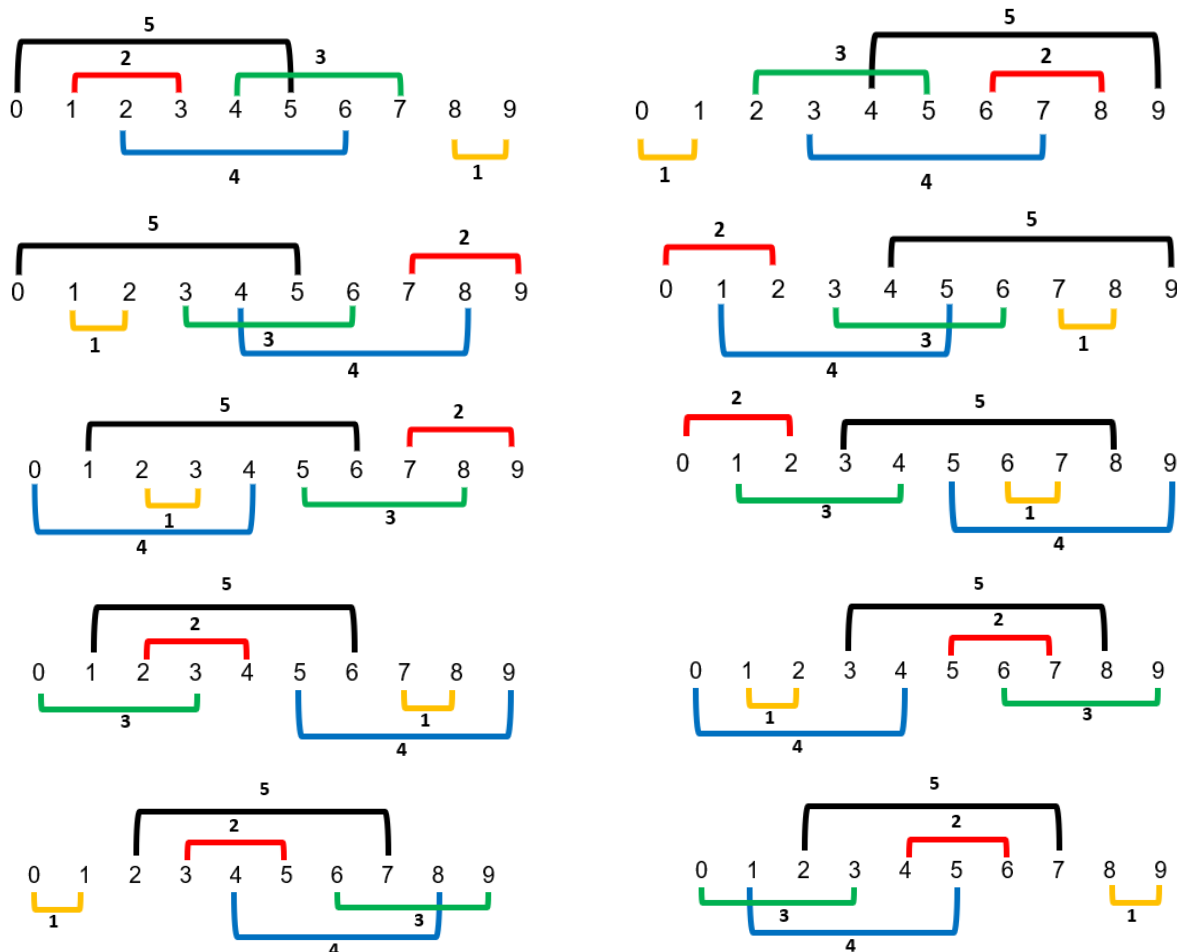


SILENCE : ON TOURNE ! (dix nombres)

 Ici aussi, on peut aussi faire par essais-erreurs. Mais on peut également chercher à nouveau à « emboîter » les différences.



On peut raisonner comme précédemment comme dans l'énoncé à huit nombres, une fois les deux nombres ayant une différence de 5 choisis, comment choisir les deux nombres ayant une différence de 4 puis 3 puis 2. Il y a 10 solutions symétriques 2 à 2 :



On obtient les cercles correspondants.

DIFFÉRENCE LIMITÉE

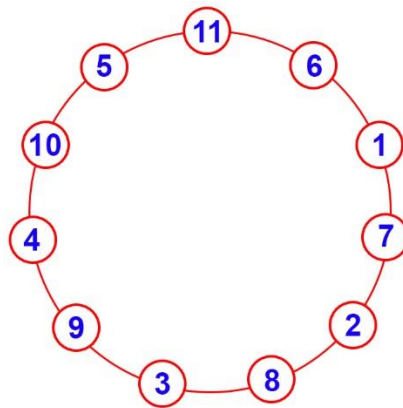


On raisonne comme la différence bornée et la différence imposée en termes de voisins possibles. On remarque que 11, 10, 9, 8 ainsi que 4, 3, 2 et 1 ont deux voisins possibles (5 et 7 en ont 3 et 6 a 4 voisins possibles).



On commence, par exemple, à partir de 11 (on peut faire le même raisonnement à partir de 1) qui a pour voisins 6 et 5 ; la position de 10 qui doit être entre 5 et 4 est donc imposée ainsi que ses voisins. Il en va de même pour 9 et 8. De là il ne reste plus que 1 et 7 à placer.

On obtient la solution suivante aux rotations et symétries près :



On peut remarquer qu'en partant de 1 dans le sens horaire et en prenant un nombre sur deux, on obtient la suite des nombres entiers naturels de 1 à 11 dans l'ordre croissant.

DEUX OU TROIS

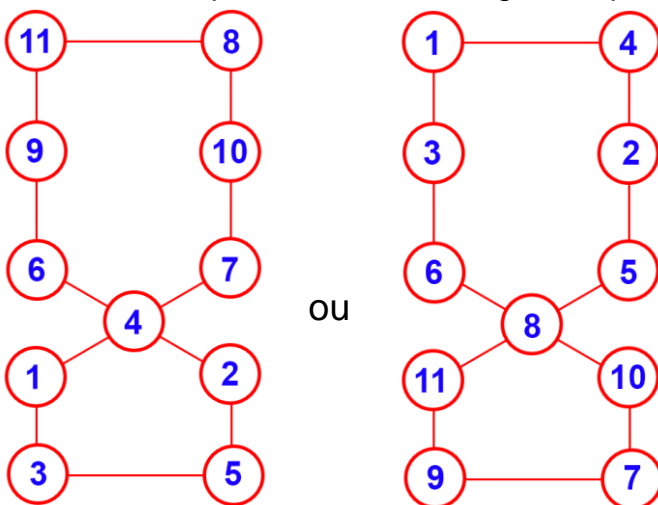


Ici encore on raisonne sur les voisins : 11 n'a que deux voisins 9 et 8, il en va de même pour 10 qui sera compris entre 8 et 7 tout comme 1 entre 3 et 4 et 2 entre 3 et 4.



On peut commencer par mettre 11 dans un coin supérieur gauche par exemple (on peut faire la même chose avec 1). Il est donc entre 9 et 8. 10 doit être voisin de 8 et donc aura 7 de l'autre côté. Des trois voisins possibles de 9 seul 6 est disponible à présent. Le voisin commun à 6 et 7 est 4 qui se trouve donc sur le cercle central. Maintenant on place 2 et 4 comme voisin « du bas » de et on termine par 3 et 5.

On a donc aux permutations droite-gauche près :



OBTENIR 4

Que faire ?

Dispose sur les grilles ci-dessous chacune des quatre pièces pour qu'en faisant la soustraction entre le plus grand et le plus petit des nombres visibles tu obtiennes 6.

11	9	13
4	10	6
7	5	3

11	9	13
4	10	6
7	5	3

11	9	13
4	10	6
7	5	3

11	9	13
4	10	6
7	5	3

OBTENIR 6

Que faire ?

Dispose sur les grilles ci-dessous chacune des quatre pièces pour qu'en faisant la soustraction entre le plus grand et le plus petit des nombres visibles tu obtiennes 6.

11	9	14
5	10	4
2	3	8

11	9	14
5	10	4
2	3	8

11	9	14
5	10	4
2	3	8

11	9	14
5	10	4
2	3	8

OBTENIR 7

Que faire ?

Dispose sur les grilles ci-dessous chacune des quatre pièces pour qu'en faisant la soustraction entre le plus grand et le plus petit des nombres visibles tu obtiennes 7.

10	7	14
13	16	6
4	9	11

10	7	14
13	16	6
4	9	11

10	7	14
13	16	6
4	9	11

10	7	14
13	16	6
4	9	11

LE NOMBRE MYSTERE

Que faire ?

Dispose ci-dessous chacune des quatre pièces pour qu'en faisant la soustraction entre le plus grand et le plus petit des nombres visibles tu obtiennes toujours le même nombre. Quel est ce nombre mystérieux ?

3	9	8
12	4	7
6	15	10

3	9	8
12	4	7
6	15	10

3	9	8
12	4	7
6	15	10

3	9	8
12	4	7
6	15	10

D'après Jeu Ecole 3 Brochure Apmep
Commission Jeux Mathématiques Régionale APMEP et IRES de Toulouse

SOUSTRATIONS

Que faire ?

Complète les cases avec des nombres de façon telle que les opérations soient exactes.

Défi 1 :

Pions : 2, 4, 7 et 10

$$\begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \end{array} - \begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \end{array} = 6$$

$$\begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \\ \parallel \\ 3 \end{array} - \begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \\ \parallel \\ 2 \end{array} = 5$$

Défi 2 :

Pions : 3, 6, 9 et 16

$$\begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \end{array} - \begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \end{array} = 10$$

$$\begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \\ \parallel \\ 7 \end{array} - \begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \\ \parallel \\ 3 \end{array} = 6$$

Défi 3 :

Pions ; 6, 8, 19 et 22

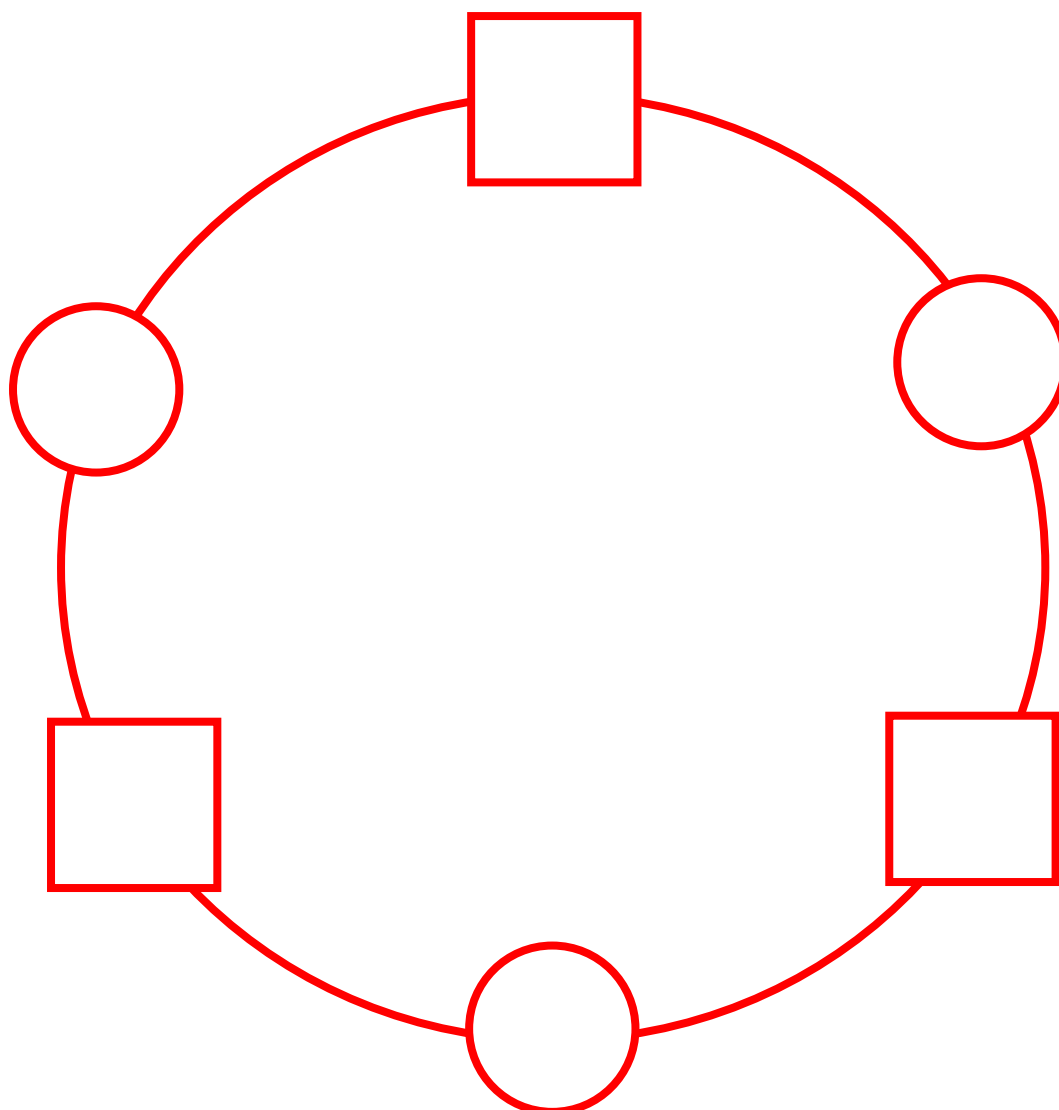
$$\begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \end{array} - \begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \end{array} = 14$$

$$\begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \\ \parallel \\ 3 \end{array} - \begin{array}{c} \bigcirc \\ \hline \\ \parallel \\ 2 \end{array} = 13$$

CARRES ET CERCLES (six nombres)

Que faire ?

Place les jetons numérotés de 1 à 6 dans les cases.
Les nombres placés dans les carrés doivent être la différence des nombres placés dans les cercles voisins.

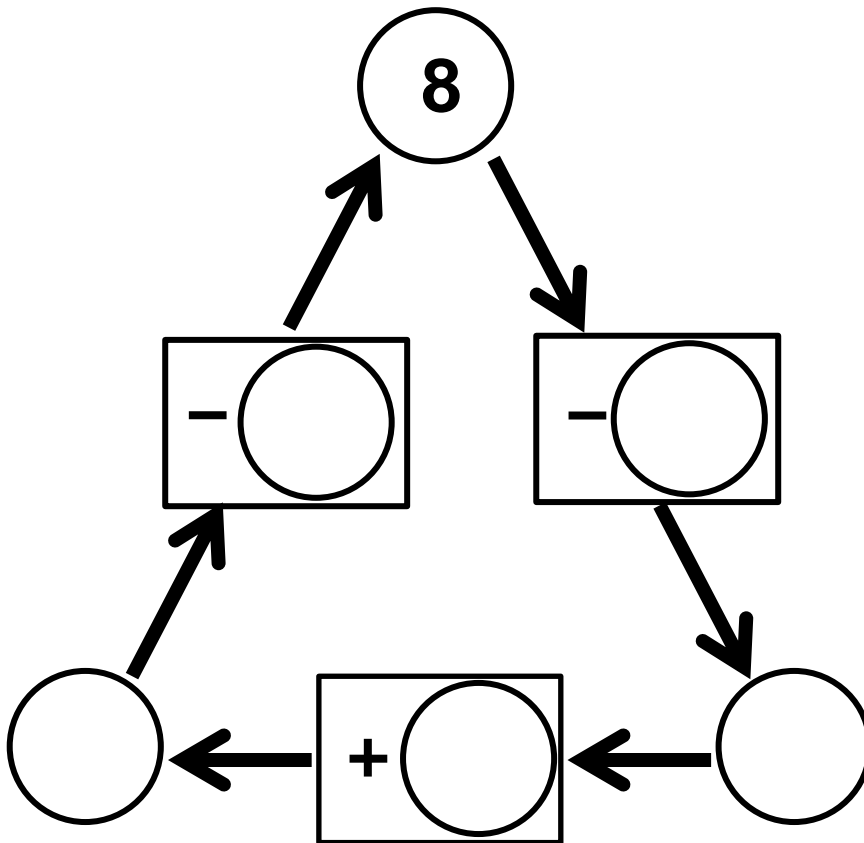


TOURNICOMPTINE

Que faire ? Consigne sans parole

Défi 2 :

Pions



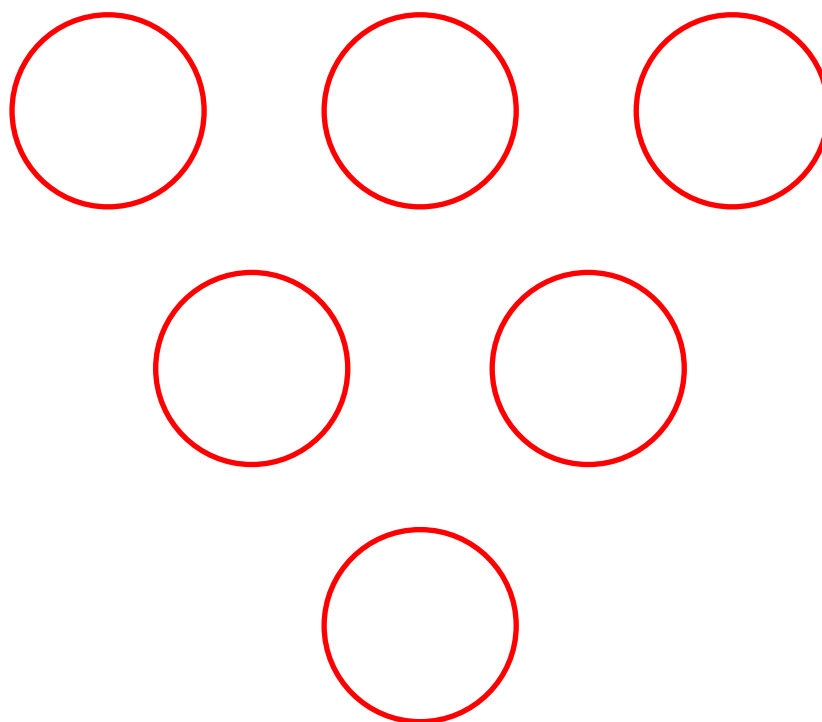
LE PETIT TRIANGLE DES DIFFERENCES

Que faire ?

Place les nombres entiers de 1 à 6 sur la grille ci-dessous de telle façon que chacun des nombres soit la différence entre les deux nombres placés juste au-dessus de lui (par exemple : $\begin{matrix} 5 & 3 \\ 2 \end{matrix}$ ou $\begin{matrix} 3 & 5 \\ 2 \end{matrix}$).

2

2

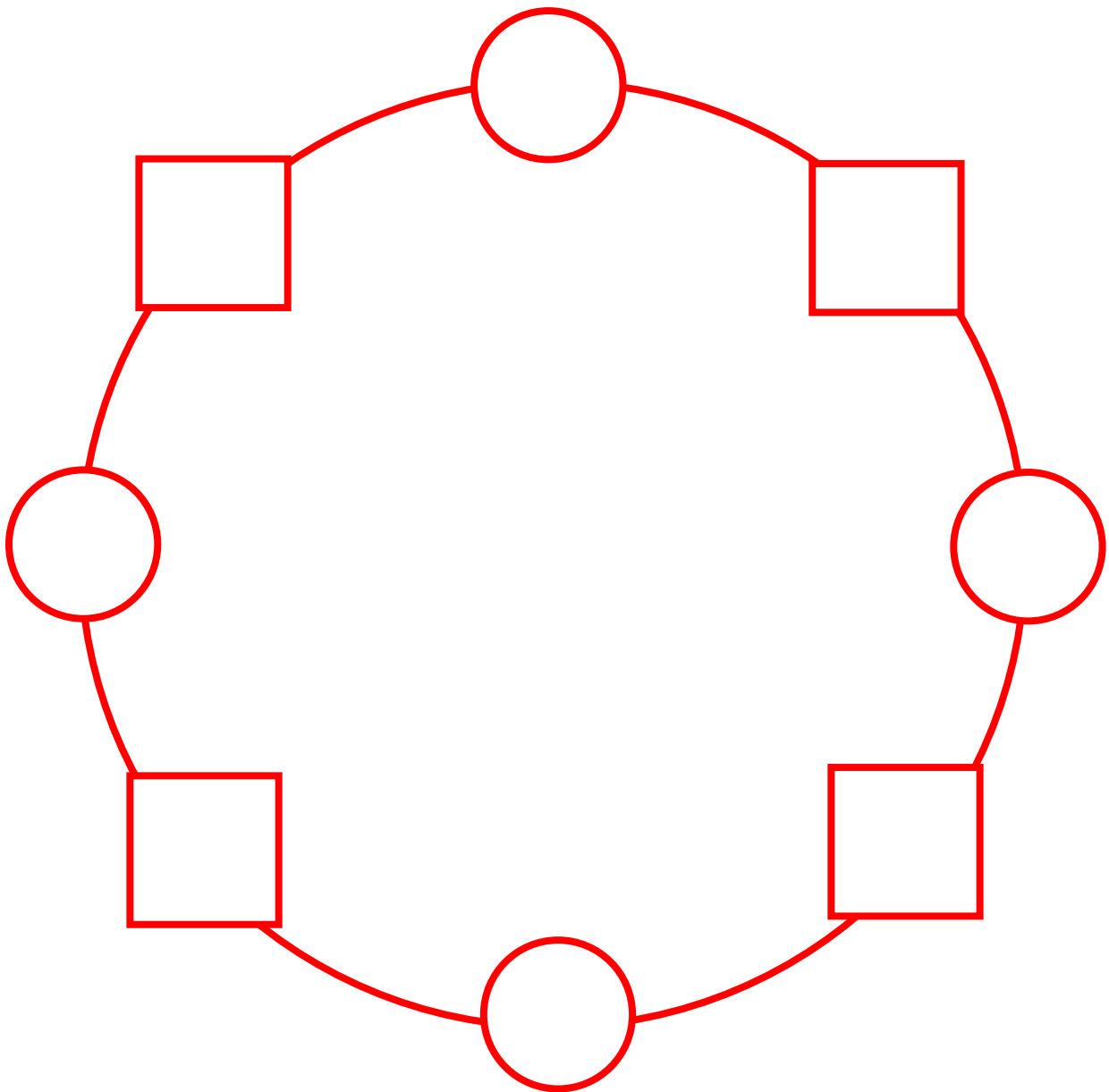


CARRES ET CERCLES (huit nombres)

Que faire ?

Place les jetons numérotés de 1 à 8 dans les cases.

Les nombres placés dans les carrés doivent être la différence des nombres placés dans les cercles voisins.



DIFFERENCE BORNEE

Que Faire ?

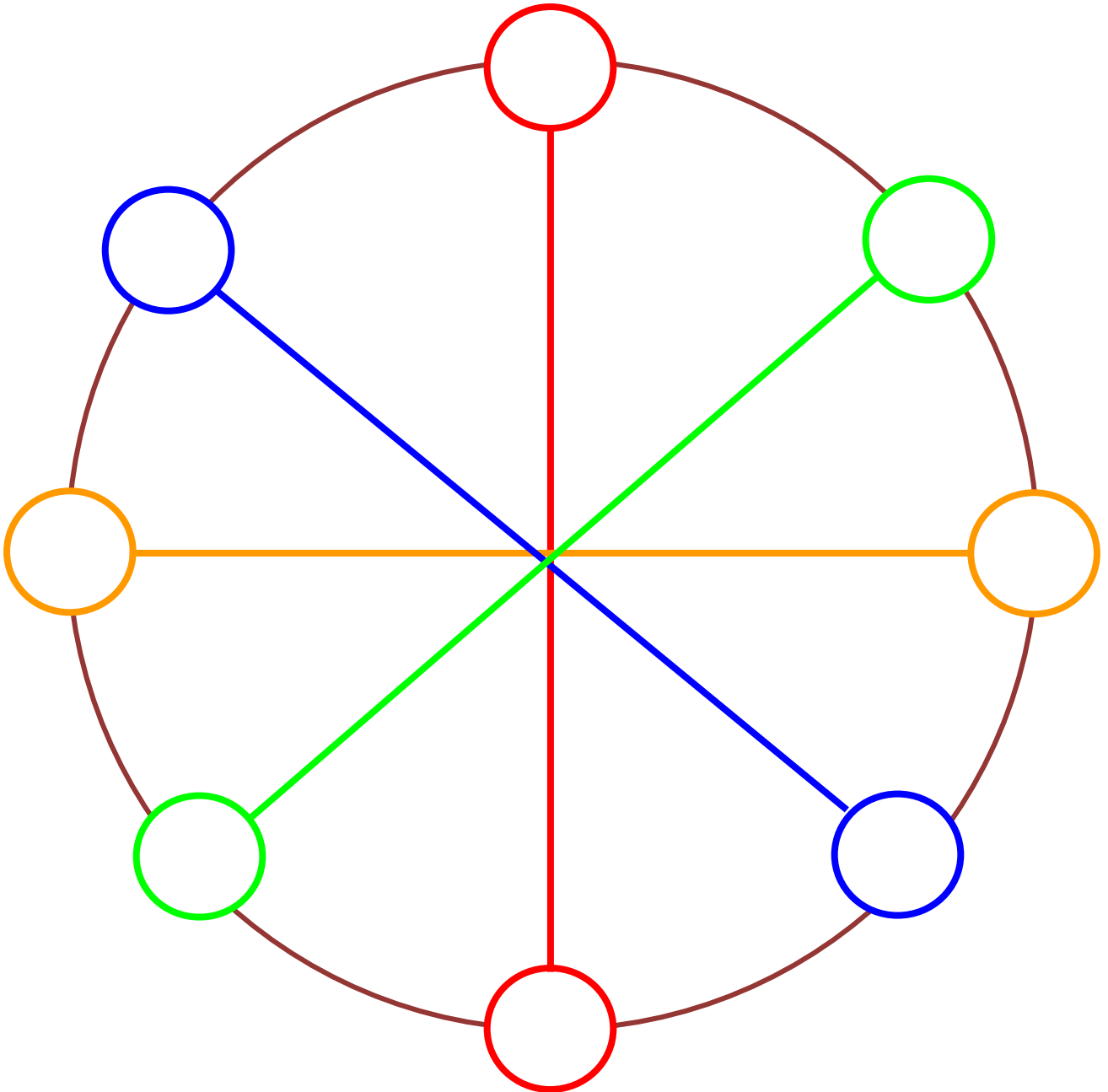
Il s'agit de placer les jetons numérotés de 1 à 8 dans la grille ci-dessous en respectant la consigne suivante : la différence entre le plus grand et le plus petit des deux nombres situés dans deux cases voisines ne doit pas être inférieure à 4

--	--	--	--	--	--	--	--

SILENCE : ON TOURNE ! (HUIT NOMBRES)

Que Faire ?

Placer les huit pions numérotés de 0 à 7 de telle façon que pour les quatre différences qui apparaissent aux extrémités des quatre diamètres, l'une soit égale à 1, une autre à 2, une autre à 3 et la dernière à 4.

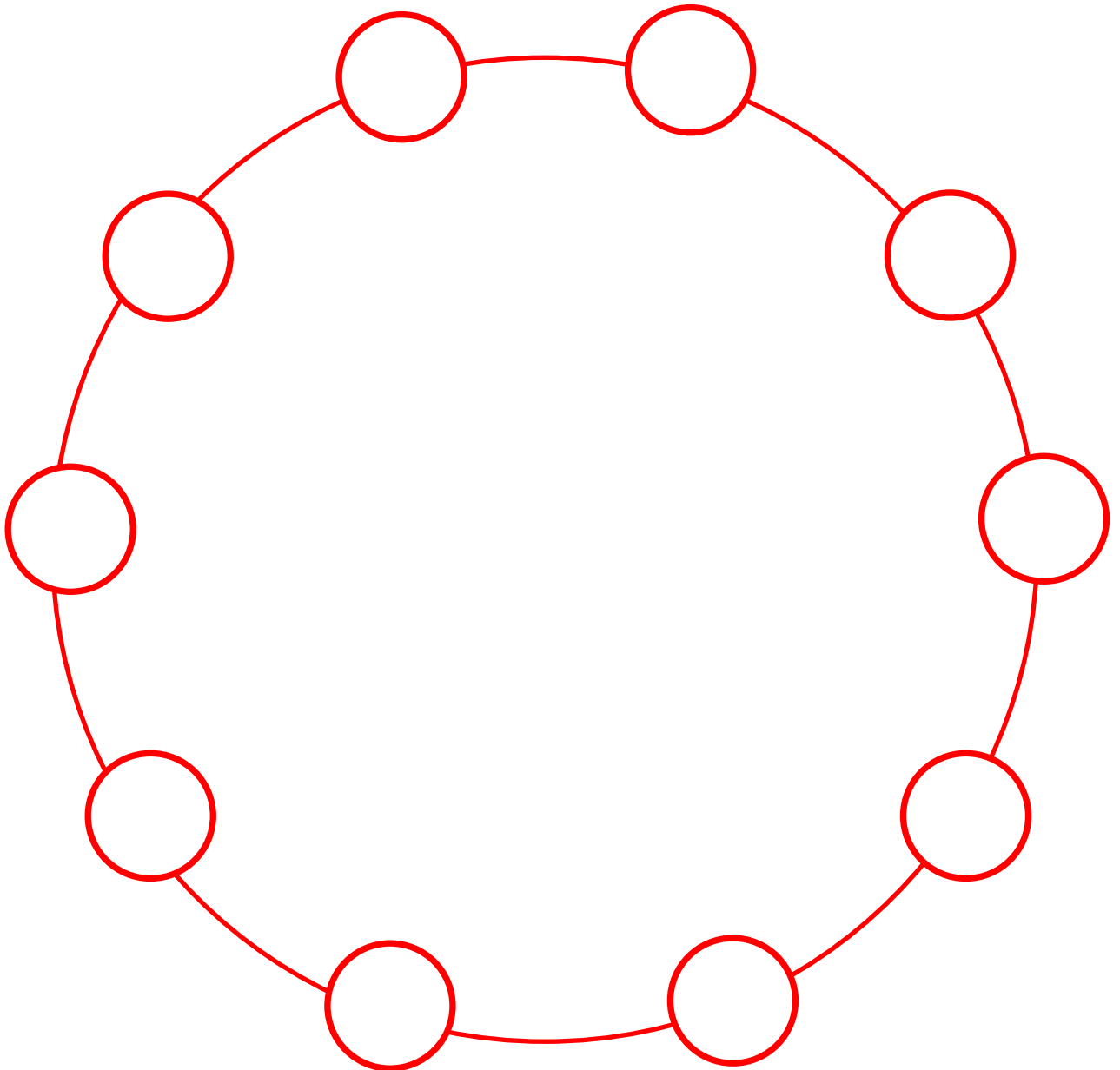


D'après un article de Jean Brettes dans le bulletin vert APMEP
Commission Jeux mathématiques – Régionale APMEP et IREM de Toulouse

DIFFERENCE IMPOSEE

Que faire ?

Placer les 10 pions numérotés de 1 à 10 autour du cercle de telle façon que la différence entre deux nombres inscrits dans deux cases consécutives soit toujours 2 ou 3.



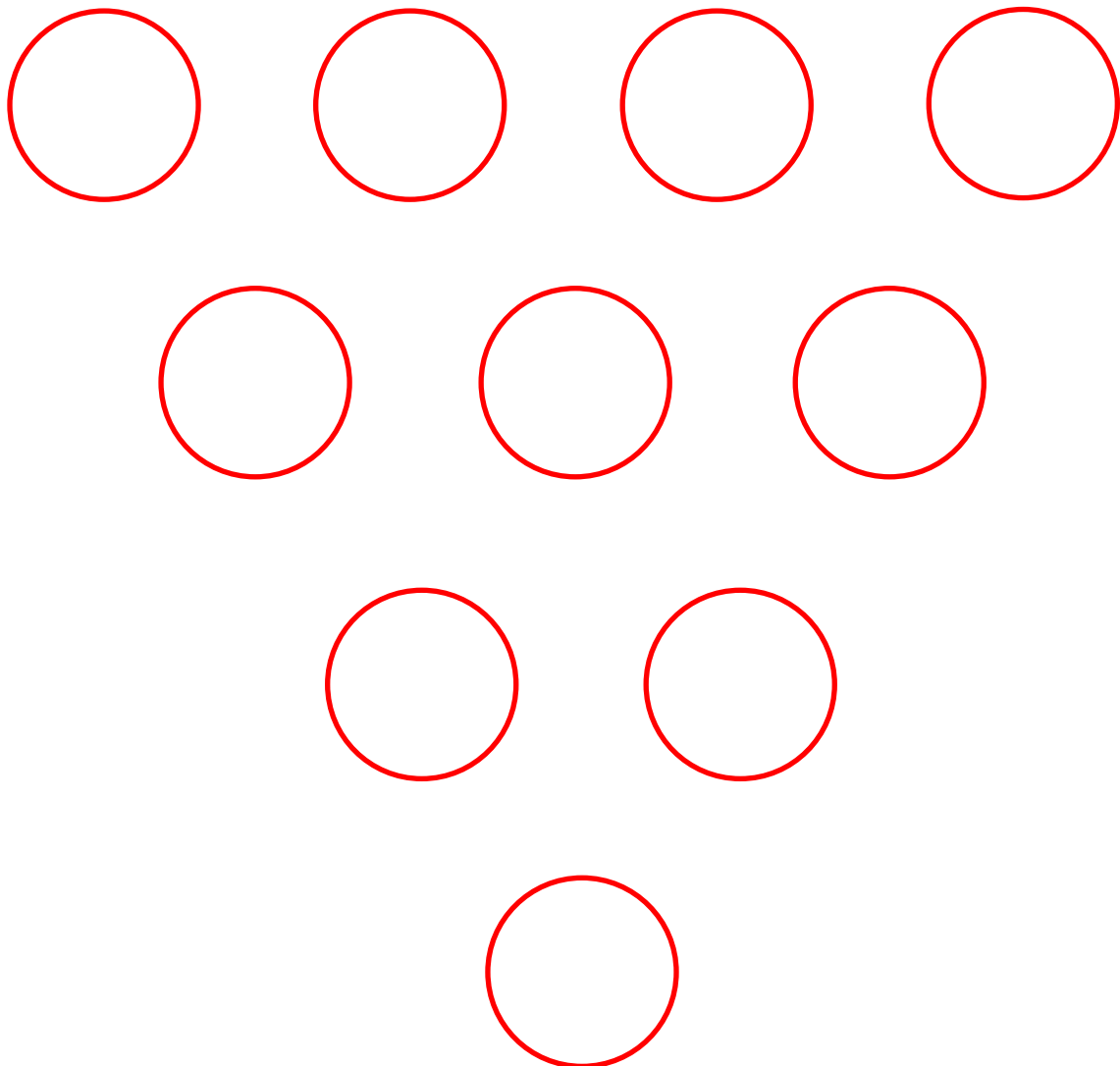
GRAND TRIANGLE DES DIFFERENCES

Que faire ?

Place les nombres entiers de 1 à 10 sur la grille ci-dessous de telle façon que chacun des nombres soit la différence entre les deux nombres placés juste au-dessus de lui (par exemple : $\begin{matrix} 5 & 3 \\ 2 \end{matrix}$ ou $\begin{matrix} 3 & 5 \\ 2 \end{matrix}$).

2

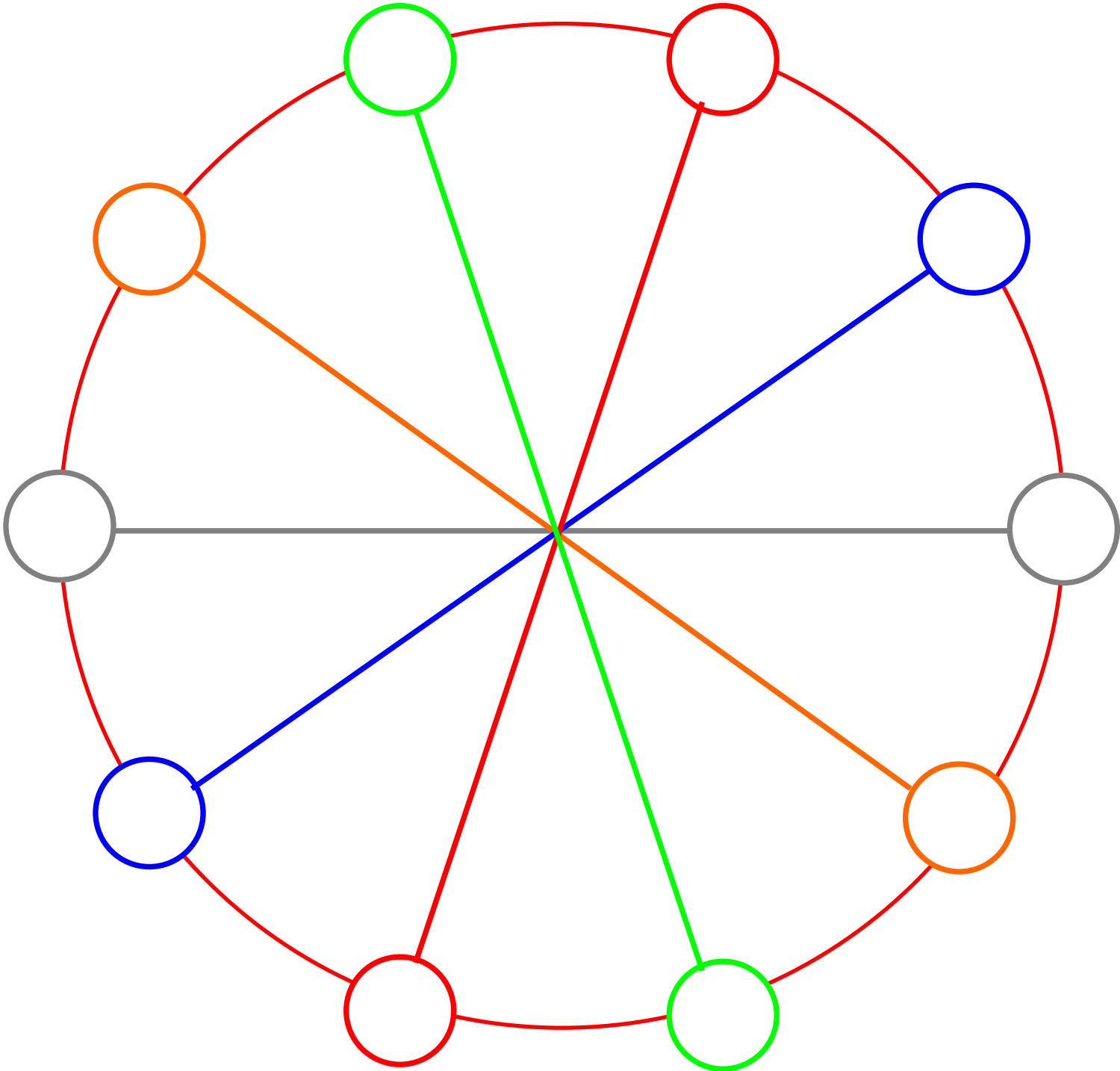
2



SILENCE : ON TOURNE ! (10 nombres)

Que faire ?

Placer les 10 pions numérotés de 0 à 9 de telle façon que les 5 différences entre les nombres situés aux extrémités d'un diamètre soient respectivement égales à 1, 2, 3, 4, 5.

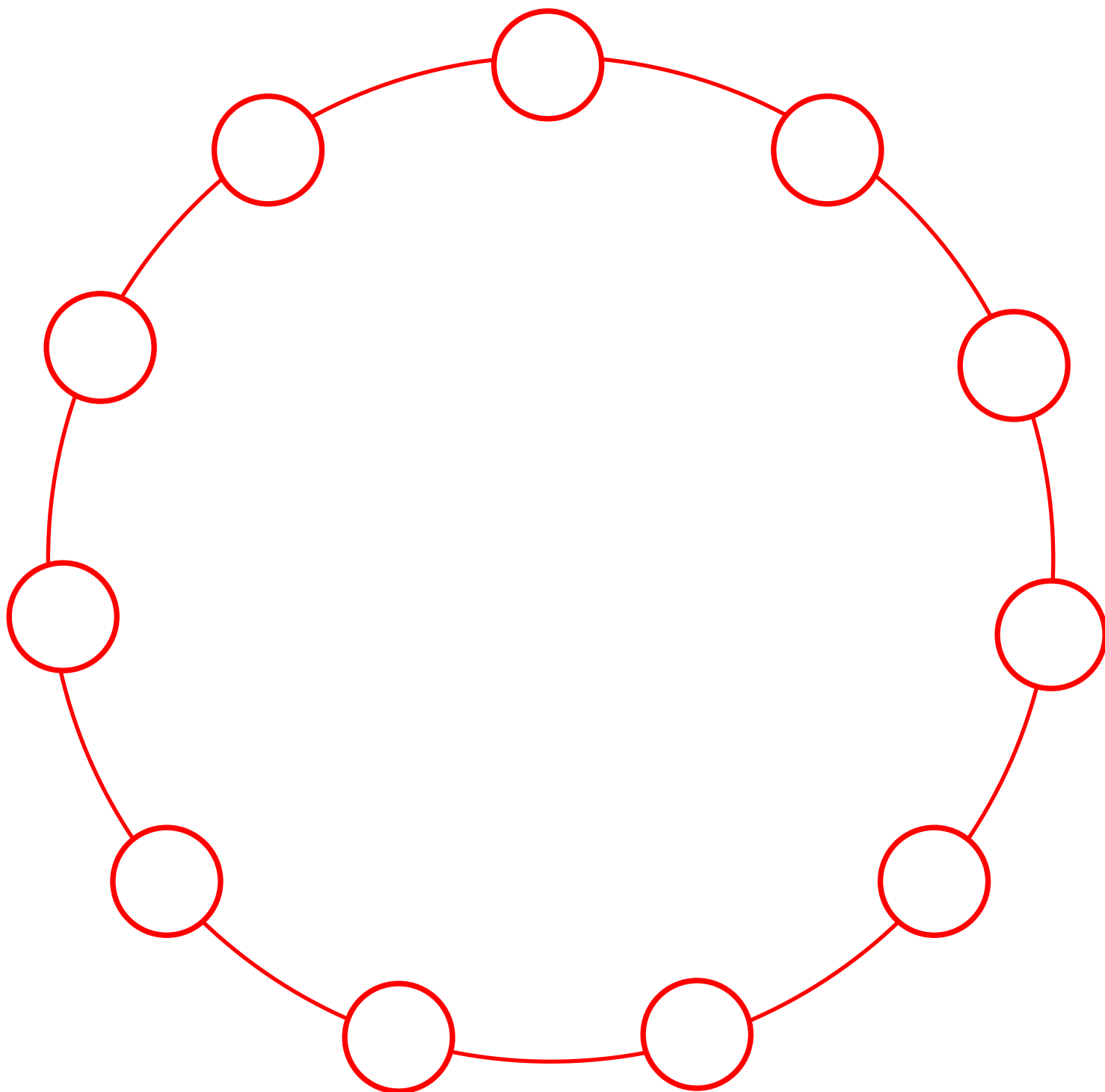


D'après un article de Jean Brettes dans le Bulletin vert APMEP
Commission Jeux Mathématiques Régionale APMEP et IREM de Toulouse

DIFFERENCE LIMITEE

Que faire ?

Il s'agit de placer les 11 pions numérotés de 1 à 11 autour du cercle de telle façon que la différence entre deux nombres inscrits dans deux cases consécutives soit toujours égale à 5 ou 6.



DEUX OU TROIS

Que Faire ?

Il s'agit de placer les onze pions numérotés de 1 à 11 de telle sorte que la différence entre les numéros des pions situés aux extrémités de chaque segment soit 2 ou 3.

