

LES PROGRAMMES DE MATHÉMATIQUES ET LE JEU

PROGRAMMES PARUS AU BO n° 31 DU 30 JUILLET 2020

Dans le programme d'enseignement de l'école maternelle un paragraphe est consacré au jeu :
2.1. Apprendre en jouant

Le jeu favorise la richesse des expériences vécues par les enfants dans l'ensemble des classes de l'école maternelle et alimente tous les domaines d'apprentissages. Il permet aux enfants d'exercer leur autonomie, d'agir sur le réel, de construire des fictions et de développer leur imaginaire, d'exercer des conduites motrices, d'expérimenter des règles et des rôles sociaux variés. Il favorise la communication avec les autres et la construction de liens forts d'amitié. Il revêt diverses formes : jeux symboliques, jeux d'exploration, jeux de construction et de manipulation, jeux collectifs et jeux de société, jeux fabriqués et inventés, etc. L'enseignant donne à tous les enfants un temps suffisant pour déployer leur activité de jeu. Il les observe dans leur jeu libre afin de mieux les connaître. Il propose aussi des jeux structurés visant explicitement des apprentissages spécifiques. (p 4)

Dans les programmes du cycle 2, on peut lire : « la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment « Questionner le monde ». Ils ont le plus souvent possible **un caractère ludique**. » (p 55 annexe 1)

On peut aussi lire « résoudre des problèmes issus de situations de la vie quotidienne ou **adaptés de jeux** portant sur des grandeurs et leur mesure, des déplacements sur une demi-droite graduée, ... conduisant à utiliser les quatre opérations. » (p 58 annexe 1)

Dans les programmes du cycle 3, on peut lire : « Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. » (p 89)

« On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements. » (p89)

Dans les programmes du cycle 4 on peut lire : « Le raisonnement, au cœur de l'activité mathématique, doit prendre appui sur des situations variées (par exemple problèmes de nature arithmétique ou géométrique, mais également mise au point d'un programme qui doit tourner sur un ordinateur ou **pratique de jeux pour lesquels il faut développer une stratégie gagnante, individuelle ou collective, ou maximiser ses chances**). (p 126 annexe 3)

RAPPORT VILLANI TOROSSIAN

Dans le rapport Villani-Torossian les références aux jeux et aux manipulations sont nombreuses.

Dans les 21 mesures principales pour l'enseignement des mathématiques on trouve :

4 Équipement : Proposer à toutes les écoles un **équipement de base**, accompagné de tutoriels, favorisant **les manipulations d'objets réels ou virtuels**.

5 Les étapes d'apprentissage : Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur

- **la manipulation et l'expérimentation** ;
- la verbalisation ;
- l'abstraction. p 5

Dans la formation des professeurs des écoles : parmi les enjeux didactiques, celui des **manipulations concrètes** est essentiel pour favoriser l'apprentissage des élèves et les accompagner dans la construction d'abstractions. (p 13)

Le plaisir par le jeu

Afin de ne pas laisser s'installer l'anxiété face à la tâche scolaire en mathématiques, inspirons-nous du Canada, de Singapour, des États-Unis ou encore du Nord de l'Europe, où les activités scolaires en mathématiques sont la plupart du temps associées à la notion de plaisir. **Jeux, énigmes, concours, défis** et histoires sont au rendez-vous ! Les dispositifs comme les concours, les rallyes, les ateliers type MATH.en.JEANS vont dans ce sens. En France, l'initiative de plus grande ampleur à ce sujet est le concours Kangourou, qui s'inscrit dans un mouvement international. On ne peut que souhaiter que ce type d'initiatives se multiplie. p 15

C'est également l'approche des pédagogies actives, principalement représentées en France par les écoles Montessori et le mouvement Freinet. **La manipulation** tient une place primordiale, mais elle est pensée en vue de l'abstraction et ceci dans une perspective de progressivité étendue sur le long terme Ce passage du concret à l'abstrait est l'enjeu de différentes procédures selon les méthodes, mais beaucoup reposent autour du triptyque **manipulation – verbalisation – abstraction**. p 20

6. **Les étapes d'apprentissage [M5]** Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur la manipulation ; la verbalisation ; l'abstraction. p 26

Le calcul doit être vu comme **un jeu sur les nombres**, il doit donc être présenté comme tel dès les petites classes dans des tâches variées faisant la part belle à cette dimension ludique. p27

Il est souvent question de « donner du sens » au calcul mais il ne faut pas oublier que le calcul est porteur de sens en lui-même. Il est même « donneur de sens » puisque la construction du nombre dans les petites classes passe par des **activités ludiques** variées et que ces **jeux sur les nombres** sont l'essence même du calcul. p 29

5.2. Les ressources matérielles

Les objets mathématiques sont abstraits, donc construits théoriquement.

Épistémologiquement, il est donc important de respecter la progression qui permet de passer d'un objet familier et sensible (la manipulation dans un jeu, par exemple) à la généralisation des faits et des phénomènes par la rencontre du symbolisme. Enseigner les mathématiques aux plus jeunes ne peut se faire sans leur faire expérimenter des situations. Le vécu expérimental et manipulatoire des élèves favorise l'acquisition des connaissances et leur

mémorisation. Le matériel didactique et pédagogique sur lequel reposent ces expérimentations occupe donc une place centrale. La question du rapport que les enseignants établissent et entretiennent avec les différents matériels est cruciale pour la création de situations d'apprentissage pertinentes, efficaces et pour la scénarisation de séances.

Il est alors important de :

- développer la manipulation de matériels pédagogiques pour l'apprentissage du calcul, des opérations, des formules géométriques en 2D ou 3D, etc. (jetons, cubes emboîtables, matériel de base 10, bouliers, réglettes colorées, planches à clous avec élastiques ou géoplans, mosaïques de formes géométriques, tangrams, solides à remplir avec de l'eau ou du sable, etc.) (cf. §5.3) ;
- entretenir et poursuivre, autant que possible, la manipulation dans la construction des objets mathématiques (au-delà du cycle 3) ;
- prévoir dans l'établissement du matériel de mesure : balances, mètres et décimètres, verres doseurs, récipients et boîtes vides, horloges et chronomètres à cadran, etc. ;
- porter une attention particulière sur les caractéristiques pédagogiques et didactiques des matériels utilisés dans la classe et sur l'effet induit sur les apprentissages des élèves ;
- fournir aux équipes des exemples de mise en œuvre de séances intégrant des ressources matérielles reconnues ;
- allouer à chaque école un budget pour l'achat de matériel pédagogique en mathématiques. Les situations expérimentales vécues par les élèves sollicitent leur créativité, développent leur motivation, encouragent leur esprit d'autonomie et d'initiative.

Les jeux

En travaillant les fondamentaux par une approche différente, le jeu contribue lui aussi à la formation mathématique des élèves. Les jeux traditionnels (comme les échecs), les jeux à règles (jeux de cartes, jeux de plateaux pour les petites classes, jeux de l'oie, etc.) et les jeux de construction stimulent le raisonnement logique et contribuent à créer ou restaurer le plaisir de faire des mathématiques (pour l'élève comme pour son professeur). Tous ces jeux sont d'excellents outils pour décomposer-composer les nombres, et pratiquer le raisonnement, mais ne sont pas assez utilisés ; d'une certaine manière, « *l'enseignement est parfois trop conceptuel* », comme le dit Jean-Louis Durpaire. Les BCD, les CDI et les espaces de vie scolaire (transformés en 3C, Centres de connaissances et de culture) doivent être des lieux privilégiés pour faire vivre la culture mathématique et la mettre en valeur, notamment dans sa dimension ludique. Lieux de culture et de « l'apprendre autrement », ces centres doivent, si possible :

- s'enrichir de ressources en mathématiques adaptées, pour les élèves et pour les enseignants (ouvrages intéressants, ensembles de jeux, etc.) ;
- aménager des espaces de ludothèque et des espaces pour construire ou manipuler (*makerspaces*, *fablabs*) et **surtout ouverts pendant la pause méridienne.** p 57 et 58

LE JEU

Sept caractéristiques qui définissent la notion de jeu pour Brousseau :

1 Il renvoie à une « activité physique ou mentale, purement gratuite, généralement fondée sur la convention ou la fiction, qui n'a dans la conscience de celui qui s'y livre d'autre fin qu'elle-même, d'autre but que le plaisir qu'elle procure.

2 Il doit y avoir une notion d'enjeu, c'est-à-dire un gagnant et un perdant, et un système de règles.

3 Il doit y avoir du matériel à manipuler, qui sert à jouer.

4 On peut y établir des stratégies ou des tactiques, une manière de jouer.

5 Finalement, il doit y avoir plusieurs options possibles au cours du jeu, afin de pouvoir faire des choix. Ces options représentent « l'ensemble des positions entre lesquelles le joueur peut choisir dans un état donné du jeu »

6 Le jeu est une situation fictive mais proche de la réalité. Il doit donc ressembler à la vie et réclamer du joueur les mêmes possibles éventualités d'actions, d'émotions, de motivation. Imaginons un jeu où le joueur déciderait de tous les résultats, et où il serait sûr de gagner. Ce jeu ne serait d'aucun intérêt.

7 Par conséquent, il est important qu'il y ait à l'intérieur du jeu, un ennemi, un milieu ou une loi de la nature qui s'oppose au(x) joueur(s).

Gilles Brougère (auteur de « jeu et éducation » et de « jouer/apprendre ») ne définit pas le jeu mais donne des critères ou caractéristiques qui permettent d'analyser les situations de jeu. Ces critères sont :

- le second degré (c'est pour de faux, on fait semblant)
- la présence d'une décision (entrer dans le jeu et par la suite prendre une succession de décisions en relation avec les autres joueurs)
- la règle (préalable ou construite avec le jeu)
- la frivolité ou l'absence de conséquence de l'activité
- l'incertitude.

CARACTERISATION DES TYPES DE JEUX

Chantal Caissie de l'Université du Québec à Montréal caractérise les jeux de la façon suivante : jeux de hasard, jeux stratégiques, énigmes logiques.

1. Jeux de hasard

- Le jeu permet le développement éventuel du concept de probabilité
- C'est le hasard qui détermine le vainqueur
- Le joueur ne peut s'améliorer
- Dans certains jeux la connaissance des probabilités permet de prendre des décisions beaucoup plus éclairées.

Les jeux de hasard peuvent servir pour l'introduction des probabilités et être par la suite support d'exercices. Mais, dans ce cas les élèves ont tendance à voir l'exercice et non pas le jeu.

2. Jeux stratégiques :

- Le Jeu est susceptible de mobiliser des raisonnements de type implications logiques, très près de la démonstration mathématique (un raisonnement qui s'enchaîne pas à pas) et des raisonnements de type combinatoire.
- Il y a un adversaire qui tente de vous faire échouer, ce qui crée des situations nouvelles à chaque fois, donc ouvre sur plusieurs possibilités.

- Il force le développement d'une stratégie et une prise en compte de l'adversaire.

Parmi ces jeux, ceux avec règles sont très importants dans le développement de la pensée. La présence de règles, d'un but au jeu, d'un adversaire qui tente de vous faire échouer, crée constamment de nouvelles situations problématiques (et c'est ce qui fait que l'on y joue et y rejoue).

Ces Jeux permettent à l'enfant de s'écarter de son propre Jeu et d'anticiper le Jeu de l'adversaire.

Les interactions durant le jeu sont importantes.

Le jeu stratégique a un potentiel pour le développement du raisonnement déductif, du raisonnement combinatoire. Car il faut penser d'un bout à l'autre les implications logiques d'une chaîne d'étapes.

Certains jeux (bridge, poker, ...) sont des jeux de hasard qui demandent aussi une stratégie qui est grandement facilitée par la connaissance des probabilités. Il existe des champions de bridge et de poker, il n'existe pas de champion de pile ou face ou de lancers de dés.

3. Enigmes logiques

La plupart des activités contenues dans les valises Jeux Mathématiques de l'IRES de Toulouse peuvent se ranger dans cette catégorie. On trouve aussi sur internet des sites faisant référence aux jeux mathématiques et qui proposent des énigmes logiques. Certains énoncés de Rallyes Mathématiques rentrent aussi dans cette catégorie.

Les résolutions de ces énigmes représentent un défi. Ces défis montrent que l'on peut trouver du plaisir dans leur compréhension et la découverte d'une solution. Ils permettent de développer certaines qualités mathématiques importantes : observer, manipuler, conjecturer, mettre en pratique certaines formes de raisonnement.

Le plaisir fait que ces énigmes (particulièrement celles des valises de jeux qui font appel à des manipulations contrairement à internet et rallyes), sont considérées comme des jeux mathématiques.

Les énigmes logiques :

- sont plus près de la résolution de problème que du jeu
- présentent un défi logique (implications logiques et raisonnement pas à pas, proche de la démonstration).
- ne sont pas un jeu mathématique mais plutôt une récréation, car il n'y a pas de règles, pas de rival, pas de gagnant ni de perdant (pas d'enjeu) et à part les valises jeux aucun matériel à manipuler.
- se résolvent souvent seul.

Ces activités sont intéressantes, car elles utilisent le même type de raisonnement que dans le jeu stratégique (implications logiques et raisonnement pas à pas, proche de la démonstration).

LES JEUX DE L'IRES

Outre les Jeux Mathématiques des valises que tout le monde connaît, le groupe jeu a une petite expérience sur les jeux stratégiques. Cette expérimentation a eu lieu dans des animations grand public pour répondre à une demande. Les jeux sélectionnés ont pour

caractéristique commune que la règle se comprend en moins d'une minute dans beaucoup de cas et que la partie dure dix minutes au maximum.

Ces jeux peuvent être classés en quatre catégories :

- jeux d'alignements : quarto°, teeko , pentago°, diadéma, ...
- jeux de traversée : hex par exemple
- jeux de blocage : fer à cheval, madelinette, mu torere, jeu des L, ...
- jeux de capture : marelle, felli, seega, wali, ...

Jeux d'alignements :

Le quarto® est le plus célèbre d'entre eux. C'est un jeu créé par Blaise Muller, édité par Gigamic et qui a eu de nombreux prix. Rappelons la règle



L'objectif du jeu est d'aligner quatre pièces ayant au moins un point commun entre elles. Mais chaque joueur ne joue pas ce qu'il veut, c'est son adversaire qui choisit pour lui.

Les seize pièces du jeu, toutes différentes, possèdent chacune quatre caractères distincts : haute ou basse, ronde ou carrée, claire ou foncée, pleine ou creuse. Chacun à son tour choisit et donne une pièce à l'adversaire, qui doit la jouer sur une case libre. Le gagnant est celui qui, avec une pièce reçue, crée un alignement de quatre pièces ayant au moins un caractère commun et annonce : « Quarto ! ».

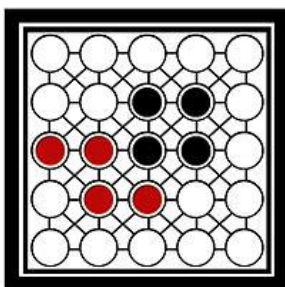
Dans ce jeu l'observation, la réflexion et l'anticipation sont très présentes.

Il ne semble pas qu'il y ait une stratégie gagnante mais un joueur qui joue systématiquement la défense peut faire match nul. Ce jeu peut être joué seul comme un solitaire

Teeko : ce jeu a été créé dans les années 1950 aux Etats-Unis par John Scarne.

Actuellement, il n'est pas commercialisé. Sa fabrication ne présente pas de difficultés.

Le Teeko se compose d'un plateau de jeu composé de vingt-cinq cases, quatre pions de couleur noire et quatre pions de couleur rouge



Le but du jeu est d'aligner ses quatre jetons, que ce soit dans le sens horizontal, vertical ou encore diagonal, ou d'effectuer un carré de quatre cases adjacentes.

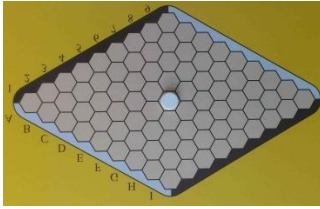
Le joueur Noir débute la partie en plaçant son pion sur la case de son choix. C'est ensuite au joueur Rouge de placer son pion sur n'importe quelle autre case (la case doit être inoccupée), puis encore au joueur Noir et ainsi de suite jusqu'à ce que chacun des joueurs ait placé tous ses pions.

Si aucun des joueurs n'a gagné après cette étape, chacun d'eux joue à son tour (le joueur Noir commence), ne déplaçant qu'un pion à la fois, et dans une case adjacente vide seulement.

Jeux de traversée

Le jeu de Hex : Auteurs : Piet Hein, John Nash, éditeur : CIJM (Comité International des Jeux Mathématiques).

Matériel :



Plateau : Le plateau ci-contre est un plateau 9×9 ; Il y a aussi des plateaux de taille 11, 14 et 19 (dans la version CIJM). Deux bords opposés sont blancs, les autres noirs.

Pions : Une quarantaine de pions blancs et une quarantaine de pions noirs (plus pour les plus grands plateaux)

L'un des deux joueurs a les blancs, l'autre les noirs. Le joueur qui a les pions blancs commence. Il place un de ses pions sur la case de son choix. Ensuite chaque joueur place à son tour un de ses pions sur la case de son choix.

Le premier joueur à avoir relié les deux bords de sa couleur par une chaîne ininterrompue de pions a gagné

La structure hexagonale fait qu'il ne peut pas y avoir de match nul.

Ce jeu est plein de rebondissements : ce que l'on croyait une défense efficace peut se révéler être une puissante attaque.

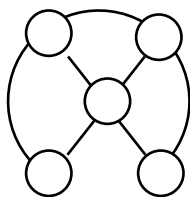
L'orientation dans le plan, la structuration spatiale, la réflexion et l'anticipation, la stratégie interviennent constamment.

Dans le jeu édité par le CIJM, il y a des plateaux de différentes tailles. Mais on peut aussi faire des plateaux plus petits : 5×5, 6×6 (par exemple). La question de jeu à stratégie gagnante peut alors être abordée. Mais une fois que l'on a une stratégie gagnante le jeu conserve-t-il son intérêt ?

Jeux de blocage

Le fer à cheval : Edouard Lucas dans « récréations mathématiques » en a fait une analyse.

Matériel :



Un plateau



Quatre jetons

L'avantage de ce jeu est la simplicité de sa réalisation : une feuille de papier et des jetons (par exemple petits cailloux et bouts de bois).

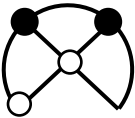
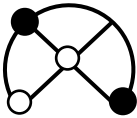
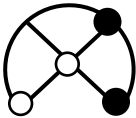
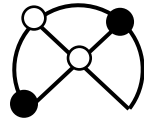
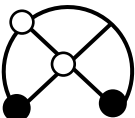
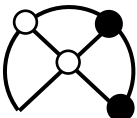
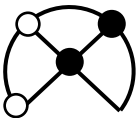
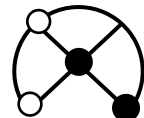
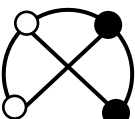
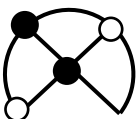
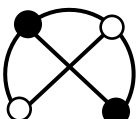
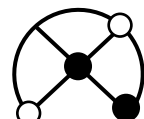
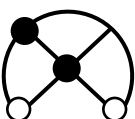
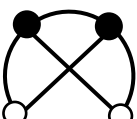
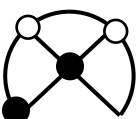
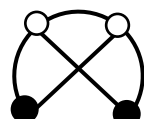
On tire au sort pour savoir qui commence à jouer. Chacun son tour, on pose ses deux pions sur les cases. Quand les quatre pions sont posés, on les déplace, un par un, d'une case, chacun son tour, en suivant les lignes. La partie est perdue par celui qui, lorsque c'est son tour de jouer, ne peut plus bouger. Règle : Le jeu se joue à deux. Chaque joueur a deux jetons (de

formes ou couleurs différentes). Les joueurs posent chacun à leur tour les jetons sur une case vide puis déplacent l'un des jetons sur une case voisine vide (les cases voisines sont reliées par un trait). La partie est perdue par le joueur qui ne peut plus déplacer ses jetons.

Après une prise en main où il peut y avoir des fautes d'inattention, on a l'impression de tourner en rond et que c'est match- nul.

Mais il présente un intérêt certain car on peut dénombrer toutes les positions possibles et voir s'il y a des positions gagnantes.

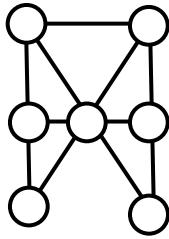
Si les deux pions blancs commencent, ils peuvent aller sur cinq cases de dix façons différentes. Il y a des positions symétriques par rapport à l'axe vertical de la figure. Il ne reste que six cas à étudier. Pour chacun des cas il y a trois positions pour les noirs.

| | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | 2  | 3  | 4  |
| 5  | 6  | 7  | 8  |
| 9  | 10  | 11  | 12  |
| 13  | 14  | 15  | 16  |

Les cas 13 et 15 ont un symétrique par rapport à l'axe vertical qui ne sera pas examiné.

Les noirs gagnent en 7 et les blancs en 3 et 9 (c'est aux blanc de jouer). Dans les autres cas, sauf erreur, il y a match nul

La madelinette : Jeu imaginé par le mathématicien français Henri Delannoy (1833-1915)



Plateau



Six pions

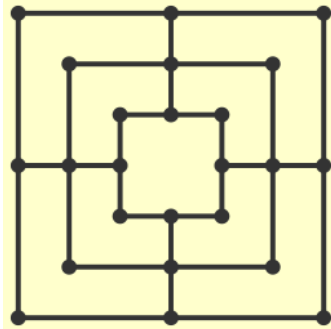
C'est les mêmes règles que le fer à cheval mais les possibilités sont plus nombreuses ;

Jeu de capture

La marelle ou marelle : c'est un jeu de société traditionnel en Europe et c'est un jeu très ancien. Le plateau de jeu existait déjà dans l'Égypte antique et dans la Rome antique.

Le matériel

Il existe des plateaux de tailles différentes. Voici le plateau le plus utilisé



Plateau

Chaque joueur dispose de 9 pions. Chaque joueur a sa forme ou sa couleur.

La pose : Tant qu'il en possède encore, chaque joueur place à tour de rôle un pion sur une intersection libre

Le mouvement : Lorsqu'il n'a plus de pion à poser, chaque joueur peut faire glisser l'un de ses pions vers une intersection voisine libre en suivant un chemin prévu.

À tout moment du jeu, celui qui réalise un moulin - c'est-à-dire l'alignement de trois de ses pions - peut capturer un pion adverse, sauf si celui-ci fait déjà partie d'un moulin.

Le jeu s'achève quand un joueur n'a plus que deux pions ou ne peut plus jouer, il est alors le perdant.

L'orientation dans le plan, l'observation, la réflexion, la stratégie et l'anticipation interviennent

AUTRES JEUX

Les brochures « Jeux » de l'APMEP (Jeux 1 à Jeux 10 et Jeux Ecole 1, 2 et 3) présentent de nombreux jeux.

Sur le site <http://www.jeuxmath.be/fiches-des-jeux> Joëlle Lamon fait un travail remarquable d'analyse de jeux.

Le site <http://jeuxstrategie.free.fr> lié à l'association « 2 tours du jeu » à la Rochelle donne sur beaucoup de jeux des renseignements intéressants en particulier la part de hasard et la part de stratégie.

BIBLIOGRAPHIE :

Nicole Abadie, Claudine Berthoumieux, Jean Pierre Abadie, Gérard Martin. L'atelier Jeux Mathématiques de l'IREM de Toulouse Brochure de l'IREM Toulouse 2010

Guy Brousseau. 1986. Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques.

Gilles Brougère Jeu et éducation L'Hamattan

Chantal Caissie de l'Université du Québec à Montréal
<http://www.archipel.uqam.ca/3305/1/M9667.pdf>

Brochures Jeux Apmep : Jeux 1 à Jeux 10, Jeux Ecole 1, 2 et 3

Edouard Lucas ; Récréations mathématiques