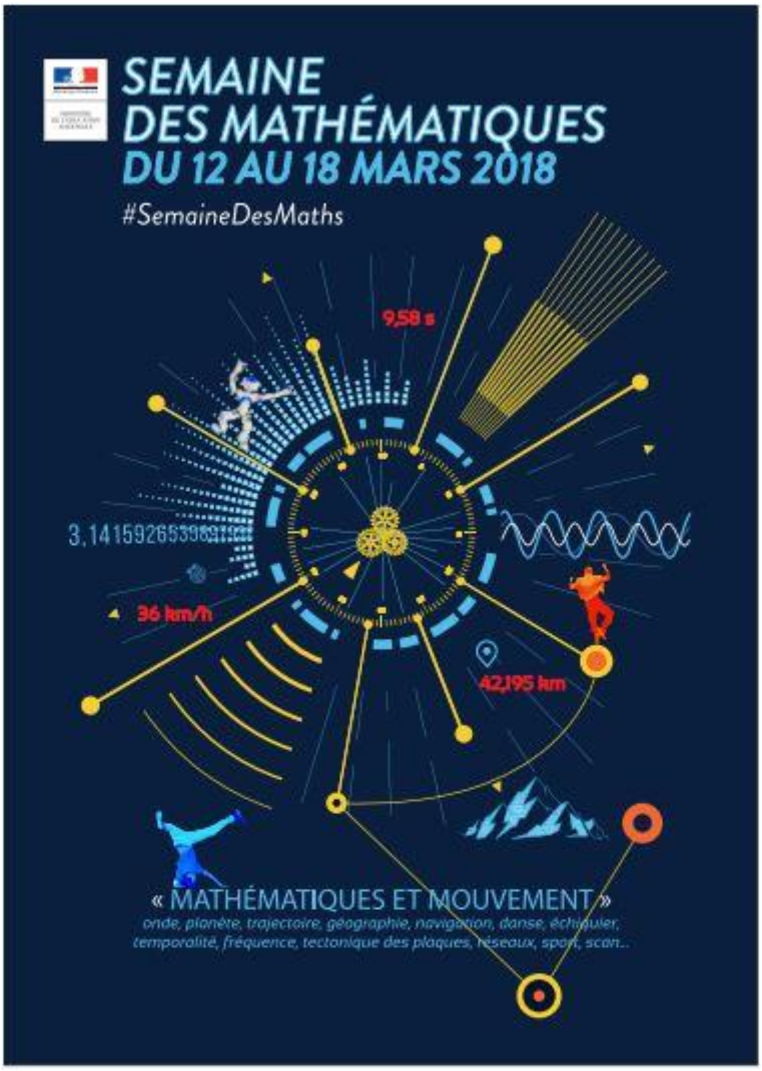
Semaine des mathématiques 2018 dans les écoles

Groupe « école primaire » IRES de Toulouse

Université Paul Sabatier Toulouse



Semaine des mathématiques 2018

Problèmes proposés par l'IRES de Toulouse

I. Présentation :

L'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) est devenu en 2015 Institut de Recherche pour l'Enseignement des Sciences (IRES). Ses missions sont :

« La mission principale de l'IRES est de concevoir et mettre en œuvre des projets de recherche-action-formation dans l'enseignement des sciences : réfléchir aux notions à enseigner, concevoir, développer, évaluer et mettre en œuvre de nouvelles pratiques pédagogiques.
L'IRES participe à la formation continue des enseignants, favorise leur développement professionnel et l'innovation pédagogique. Les actions de l'IRES s'inscrivent le plus souvent dans la durée notamment à travers des rencontres périodiques organisées entre enseignants tous niveaux confondus.
L'IRES participe à des manifestations contribuant à la diffusion de la culture scientifique.

Les actions de l'IRES sont menées en collaboration et coordination avec les autres structures impliquées dans la recherche, formation et la diffusion de la culture scientifique aux niveaux local, national et international. »
Le groupe « École primaire » de l'IRES constitué de professeurs des écoles et de formateurs de l'ESPE Toulouse Midi-Pyrénées propose les problèmes et situations suivantes pour la semaine des mathématiques 2018 (et au-delà !) autour du thème « *Mathématiques et mouvements* ».

Ce document propose un descriptif des problèmes, une analyse éventuelle.

Cycle 1 : jeu embouteillages (« rush hours »), parcours sur quadrillage notamment avec robots, ligne orientée (parcours des poupées) ;

Cycle 2 : jeu embouteillages (« rush hours »), parcours sur quadrillage, longueur du pas,

Cycle 3 : problème du tram, mouvements de palets (Tours de Hanoï), déplacement sur échiquier, mouvements en bus, mouvement en train, fourmi sur le cube, le plus court chemin, engrenages (rallye)

II. Problèmes pour le cycle 1

A. *Embouteillages*

Le jeu « Rush hour » (éditeur Thinkfun) avec un plateau plastique est un jeu de déplacement. L'objectif est de sortir la voiture rouge d'un embouteillage, en déplaçant des véhicules (voitures, camions) sur un plateau (les voitures glissent sur des « rails »). D.Valentin en propose une adaptation pour des élèves de maternelle dans son livre « Découvrir le monde avec les mathématiques tome GS » de D.Valentin, éd. Hatier auquel nous renvoyons pour la mise en œuvre.

Le site micetf.fr propose de jouer des parties virtuelles : voir https://micetf.fr/ rubrique Liste des outils, « embouteillages » ; le professeur pourra choisir les parties adaptées à ses élèves de maternelle.

L'utilisation de ce jeu en situation de résolution de problème vise à développer chez les élèves des capacités à organiser une suite d'actions pour atteindre un but. Il permet aussi de travailler le repérage dans l'espace si on demande aux élèves de placer les véhicules dans leur position initiale à partir d'une carte modèle.

B. *Parcours sur quadrillage*

Les activités proposées permettent de travailler la compétence « savoir lire un plan d'un parcours sur quadrillage », ce qui nécessite de décoder ce que signifient des flèches, mais aussi de s'orienter par rapport aux bords du quadrillage ou par rapport à d'autres éléments fixes. On pourra aussi travailler le codage et la programmation des déplacements d'un robot dans chacun des cycles (pour les classes disposant de ce matériel).

1. Situation B1 : parcours sur quadrillage MS/GS avec son corps

Origine : BERDONNEAU C., CERQUETTI-ABERKANE F. (2004), « Enseigner les mathématiques à la maternelle », *Hachette-Éducation*.
Adaptation : « Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycle 1 et 2, Volume 2 » Géométrie *» (*Livret d'accompagnement du dvd « Évolution des compétences géométriques et spatiales en Grande Section de maternelle »), *éditions ESPE Toulouse Midi-Pyrénées/IRES de Toulouse*[1]

[1] Brochure que l'on peut se procurer à l'IRES - Université Paul Sabatier - Bât 1R2 - 118, route de Narbonne - 31062 Toulouse cedex 4 / ☎ 05.61.55.68.83 - Fax 05.61.55.82.58 - Email : ires@univ-tlse3.fr

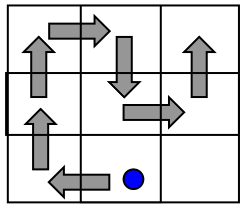
Remarque : en PS, on peut travailler un parcours sur quadrillage avec dictée par l'adulte : « un pas vers le mur », « un pas en avant », « un pas vers la porte » en introduisant le vocabulaire « en avant ».
Nous proposons pour les écoles disposant du matériel des phases de travail avec un robot.

Divers types de plans peuvent être choisis :

- représentation du quadrillage au sol avec codage des déplacements de case en case par des flèches ;
- « codage chronologique, représentant linéairement des déplacements »:

⇨	⇧	⇦	⇦	⇧	⇨	⇨

Descriptif :
Phase 1 : en atelier de 6 en salle de motricité (3 quadrillages tracés au sol)



Par binôme : les deux élèves ont le plan, l'un réalise le parcours, l'autre est observateur et indique, au fur et à mesure ou à la fin (suivant le niveau de classe), s'il est d'accord avec les choix effectués par celui qui réalise le parcours.
Consigne : « Suis le parcours écrit sur le plan. »
Autres possibilités : ajouter un plan en agrandi sur un panneau vertical derrière la ligne 3 et/ou placer un plan agrandi collé au sol.
Phase 2 : on change le point de départ, on le place en C1 (voir grille ci-contre pour le codage). On dit à l'élève de se placer en C1, on lui donne la grille vierge, on lui demande de dessiner sur le plan un rond au point de départ, l'adulte valide (on corrige si nécessaire). On oriente le regard de l'élève vers C3.
« Déplace-toi pas à pas sur les cases du quadrillage et dessine ton parcours sur cette carte pour l'élève suivant. »
Le plan est donné dans les mains de l'élève correctement orienté par rapport à la position de départ du parcours.

	A	B	C
3			
2			
1			

2. Situation B2 : déplacement dans un labyrinthe ou un quadrillage sur un plateau de jeu

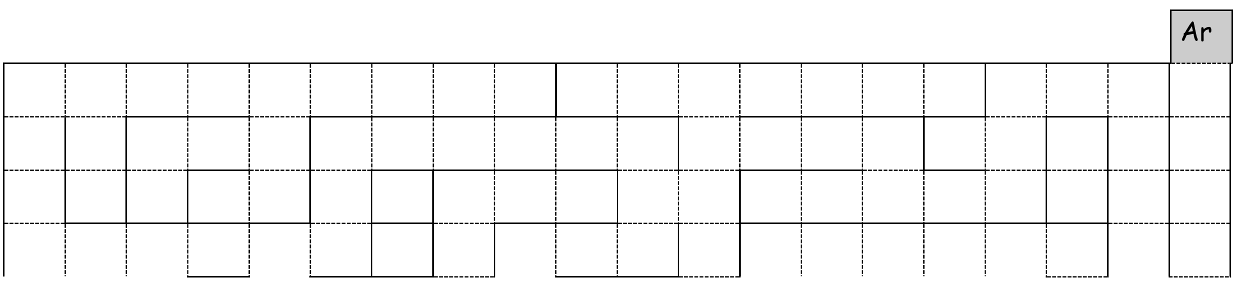
a) Labyrinthe

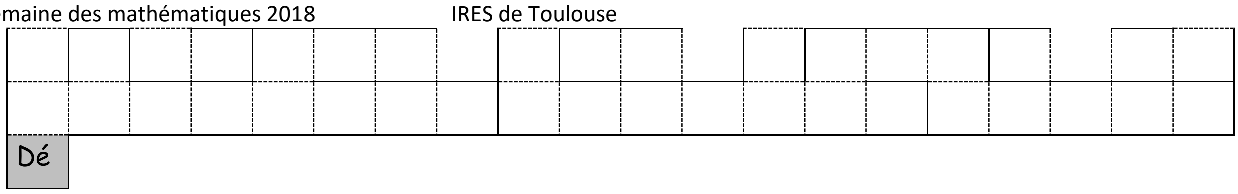
Nous reprenons le labyrinthe proposé par Alain Pierrard dans « Faire des mathématiques à l'école maternelle », CRDP Académie de Grenoble.

Objectif : se repérer sur un quadrillage en anticipant les déplacements.

Règle du jeu :

Les élèves déplacent leur pion dans un labyrinthe de la case notée Dé à la case notée Ar ; ils avancent sur le labyrinthe en fonction d'un dé classique, les 4 directions sont accessibles. Tout déplacement effectué est définitif afin d'inciter les élèves à parcourir mentalement les possibles. Le premier arrivé en A gagne.





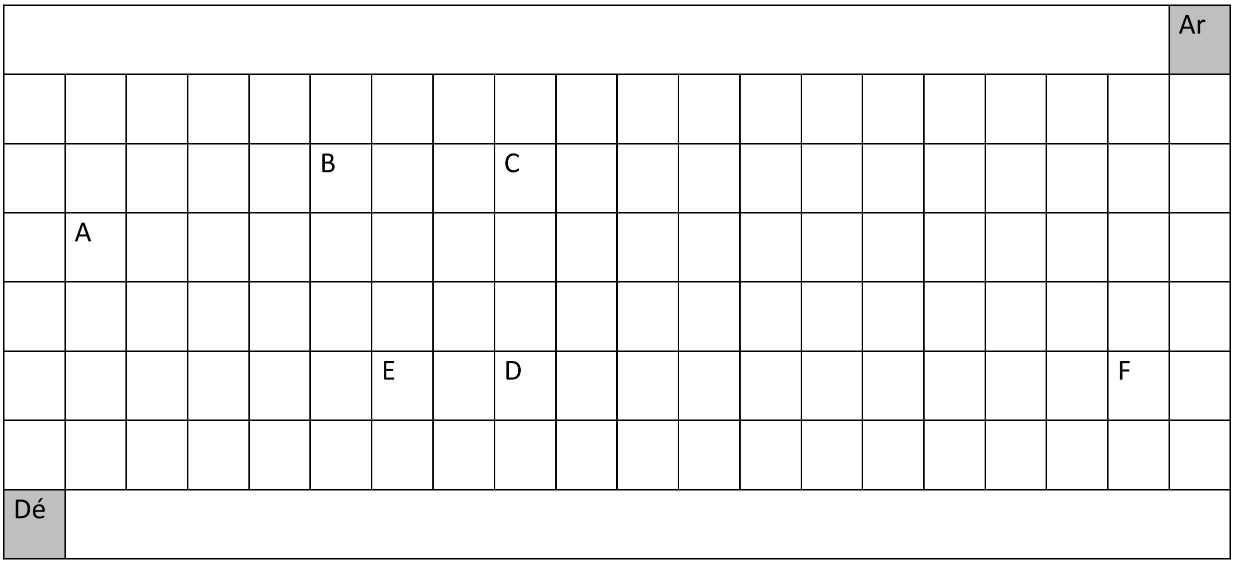
b) Quadrillage

Origine : activité « Le facteur fait sa tournée », proposé par Alain Pierrard dans « *Faire des mathématiques à l'école maternelle* » – CRDP Académie de Grenoble.

Cette activité figure également avec d'autres dans le document ressources d'accompagnement[2] « Initiation à la programmation aux cycles 2 et 3 »

Objectif : se repérer sur un quadrillage en anticipant les déplacements.

Règle du jeu :



Le facteur doit déposer six lettres marquées a, b, c, d, e, f dans six boîtes aux lettres (A, B, C, D, E, F), sa tournée allant de la case Dé à la case Ar. Pour le déplacer, chaque joueur utilise un pion et les données fournies par deux dés (un jaune et un rouge) comportant les nombres de 1 à 5 et une face muette. Le dé jaune correspond aux déplacements horizontaux et le dé rouge correspond aux déplacements verticaux. Le joueur choisit, à chaque tour, droite ou gauche pour les déplacements horizontaux et haut ou bas pour les déplacements verticaux. Les faces blanches permettent au joueur de choisir le nombre (entre 1 et 5). Le gagnant est celui qui a terminé sa tournée en premier. On décide de préciser la règle au fur et à mesure des problèmes rencontrés.

3. Situation B3 Robots

L'activité est une activité proposée pour le cycle 1 dans la brochure « Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycle 1 et 2, Volume 2 « Géométrie » (Livret d'accompagnement du film « Évolution des compétences géométriques et spatiales en Grande Section de maternelle »), éditions ESPE Toulouse Midi-Pyrénées/IRES de Toulouse.

L'idée est de faire réaliser un parcours sur une grille quadrillée (du type de celui du jeu du facteur présenté ci-dessus avec des points de passage) à un robot programmable de type Beebot® ou Bluebot®

[2] http://eduscol.education.fr/cid102696/ressources-maths-cycle-2.html

(avec les tapis de sol associés au robot ou avec un quadrillage tracé au sol et calibré par rapport à la longueur du pas de déplacement du robot).

Phase 1 : le robot est placé sur la case départ, on le fait avancer pas à pas en appuyant sur les touches directionnelles du robot ; on pourra à cette occasion faire verbaliser les directions empruntées : avancer, tourner à droite, tourner à gauche, reculer.
Remarque : Bluebot® (ou Beebo®t) garde en mémoire les instructions programmées, il ne faut donc pas oublier de les effacer avant la programmation d'un nouveau déplacement.

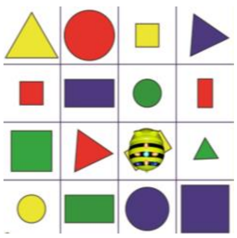
Phase 2 : les déplacements du robot doivent être anticipés avant que celui-ci ne les réalise. L'élève reçoit le plan réduit avec les points de passage, choisit un parcours, planifie les déplacements sur le robot placé à proximité du plan, avant de déclencher le robot sur le quadrillage au sol (placé plus loin dans la classe). Le trajet du robot valide ce qu'a proposé l'élève.

Phase 3 : le robot est placé sur le départ du quadrillage au sol, éloigné du plan réduit ; il faudra se souvenir du parcours à réaliser pour aller le programmer sur le robot. Cela permettra de faire émerger la nécessité du recours à un codage pour se souvenir d'un déplacement.

Phase 4 : communication à un tiers. L'élève prend connaissance du parcours avec les points de passage et devra le communiquer à un autre élève en charge de programmer le trajet sur le robot.
Il est possible qu'il y ait plusieurs types de codage : l'élève qui code peut coder le trajet de façon linéaire (→↑) , ou coder en anticipant la programmation sur le robot (→ ↗→).

Phase 4bis : l'émetteur doit communiquer à un autre élève oralement les déplacements sans le plan.
Les variables didactiques sont : nombre de déplacements, proximité ou non du plan, proximité ou non du robot, moyen de communication.

Remarque 1 :
On pourra varier le fond du quadrillage :
- un fond avec différentes formes de couleurs, de tailles et d'orientation différentes (par exemple du type des cartes de J-F. Grelier ou de celles présentes sur le site de l'émulateur Bee Bot)
Exemple de fond disponible à l'adresse (https://www.bee-bot.us/emu/beebot.htmlhttps://www.bee-bot.us/emu/beebot.html)
- un fond avec des images autour d'un thème lexical ;
- un fond avec des nombres, des constellations de dés ;
- un fond avec des lettres…



Remarque 2 :
On pourra faire évoluer la tâche soumise aux élèves :
- Faire réaliser au robot un parcours en évitant un ou des obstacles ;
- Faire réaliser au robot un parcours en réduisant les déplacements élémentaires autorisés (le déplacement "avancer" est interdit par exemple).
-…
L'application gratuite pour tablette Blue-Bot (disponible pour Android et Ios) permet d'une part de simuler le robot et ses déplacements sur la tablette mais également de programmer ses déplacements sur la tablette avant de les faire réaliser (grâce à une liaison Bluetooth) par le robot tangible. Il est aussi possible dans l'environnement numérique de désactiver certaines touches (comme "avancer" par exemple).
Prolongement : problèmes avec déplacement sur quadrillage en programmant le déplacement d'un personnage sur des blocs de cube : application lightbot à télécharger sur http://lightbot.com

C. *Ligne orientée en PS*

L'activité a pour but de rendre les enfants conscients du fait que parcourir un même chemin dans un sens peut ne pas être équivalent à le parcourir dans l'autre sens. Cela permet au maître d'orienter le chemin et de poser des conventions qui vont devenir une référence pour tous.

Origine : C.Maurin (IUFM Aix-Marseille, colloque Copirelem2002)

Description

Une corde est déroulée sur le sol figurant un chemin arrondi dont les deux extrémités sont assez proches l'une de l'autre. Sur le bord du chemin sont déposés deux groupes de petits objets (cubes et jetons) et un peu plus loin un panier.

La maîtresse demande aux enfants ce que représente la corde déroulée sur le sol, plusieurs d'entre eux évoquent l'idée d'un chemin qui est reprise par la maîtresse.

Celle-ci raconte alors une petite histoire en disant qu'elle s'est promenée sur un chemin tellement étroit qu'on ne pouvait pas revenir en arrière et qu'elle a ramené de sa promenade, dans un panier qu'elle avait trouvé au bord du chemin, tout plein de fleurs comme ça (elle montre les jetons de couleur) et tout plein de pierres précieuses comme ça (elle montre les cubes). Elle demande aux élèves s'ils se sentent capables de faire comme la maîtresse.

Un premier enfant est sollicité, il s'engage sur le chemin, rencontre le tas de « pierres précieuses qu'il a du mal à prendre en mains, après plusieurs tentatives il en abandonne une grande partie avant de se retrouver devant le « tas de fleurs » dont il ne peut pratiquement pas se saisir, quand il rencontre le panier il y dépose les quelques «pierres précieuses» et «fleurs» qu'il tient dans ses mains avant d'achever son parcours.

La maîtresse analyse son aventure avec les autres élèves témoins de son trajet. Elle demande s'il est possible de faire autrement, en rappelant qu'elle avait réussi à mettre toutes les fleurs et toutes les pierres précieuses dans le panier. Un enfant propose diverses manœuvres que la maîtresse refuse car il s'agit de faire plusieurs allers-retours vers le panier et on ne peut pas revenir en arrière sur ce chemin.

La maîtresse propose à un autre enfant de s'engager sur le trajet en lui conseillant de commencer son parcours par l'autre extrémité. Les enfants constatent qu'il rencontre le panier vide avant de rencontrer les fleurs qu'il dépose dans son panier, puis les pierres précieuses qu'il dépose aussi dans son panier avant d'achever son parcours. La maîtresse sollicite les remarques des enfants et en tire avec eux la conclusion que parcourir le trajet en partant d'une extrémité n'est pas équivalent à le parcourir en partant de l'autre extrémité.

Elle convient avec tous les élèves qu'une corde indique un chemin mais qu'il faut savoir d'où partir si on veut le parcourir dans le bon sens, désormais la maîtresse convient avec les enfants que les points de départ seront toujours marqués d'un point vert et que les points d'arrivée seront toujours marqués d'un point rouge. Cette convention va s'installer dans la classe et servir à orienter tous les chemins qui doivent l'être.

Prolongements : codage d'un parcours : [CerqAb] position relative d'objets : éd 1994 page 127

III. Problèmes cycle 2

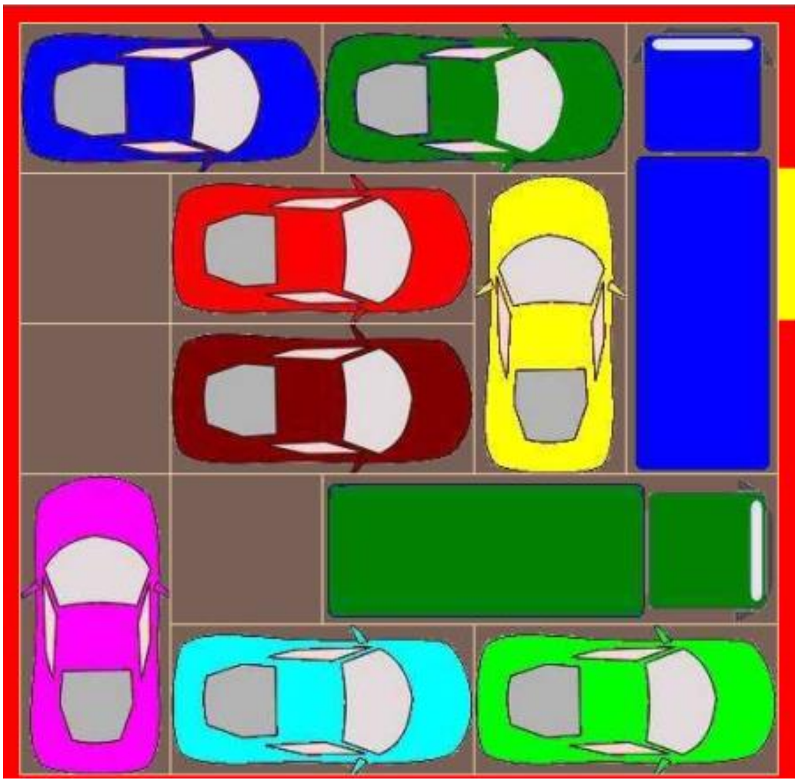
A. *Embouteillages*

Le jeu « Rush hour » (éditeur Thinkfun) avec un plateau plastique est un jeu de déplacement. L'objectif est de sortir la voiture rouge d'un embouteillage, en déplaçant des véhicules (voitures, camions) sur un plateau (les voitures glissent sur des « rails »). D.Valentin en propose une adaptation pour des élèves de maternelle dans son livre « Découvrir le monde avec les mathématiques tome GS » de D.Valentin, éd. Hatier. Il est possible d'adapter ce jeu pour des élèves cycle 2.
Le site micetf.fr propose de jouer des parties virtuelles.
L'utilisation de ce jeu en situation de résolution de problème vise à développer chez les élèves des capacités à organiser une suite d'actions pour atteindre un but. Il permet aussi de travailler le repérage dans l'espace si on demande aux élèves de placer les véhicules dans leur position initiale à partir d'une carte modèle.
Nous suggérons d'abord une phase d'appropriation du jeu avec le matériel, avant de proposer le problème suivant.

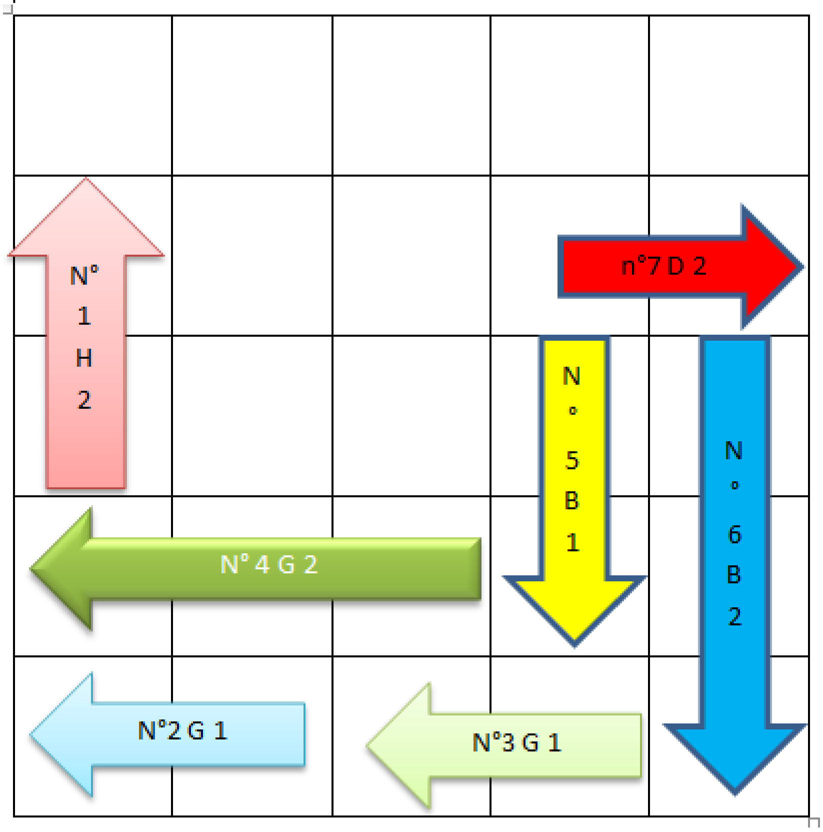
Énoncé :

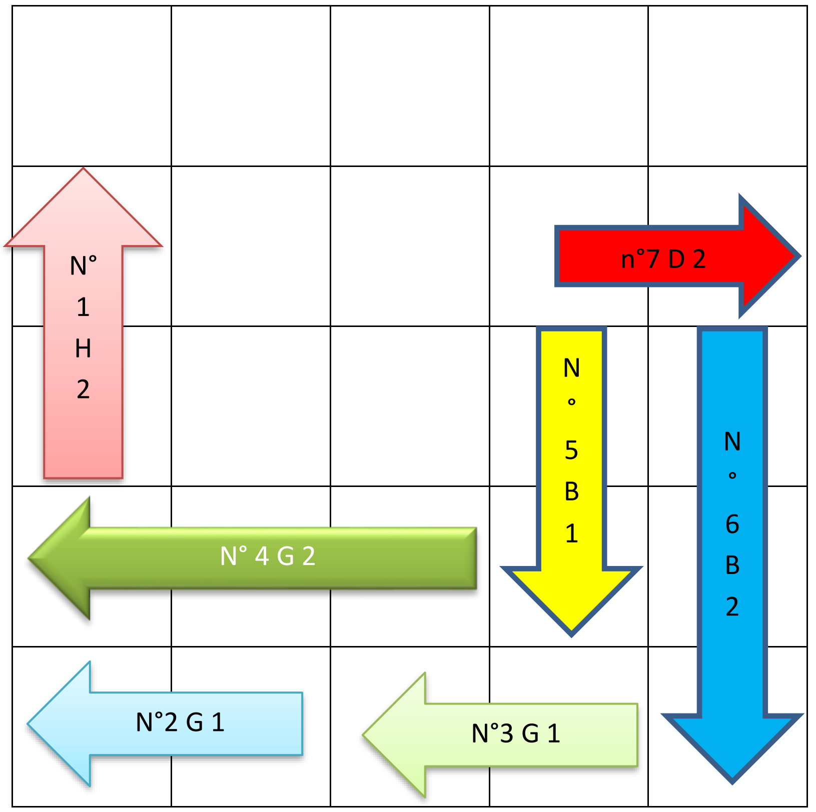
« Sur ce parking, les véhicules ne peuvent qu'avancer ou reculer d'une ou plusieurs cases (uniquement en ligne droite, pas de virage à angle droit, pas de changement de couloir).
Combien de déplacements de véhicules seront nécessaires pour que le capot de la voiture rouge puisse toucher la barrière jaune (si une voiture parcourt plusieurs cases lors d'un déplacement, on ne compte qu'un déplacement) ? » Gagne celui qui y parvient avec le moins de déplacements.

On fournira des grilles vierges aux élèves pour garder en mémoire les déplacements



Source pour l'image : situation parking micetf.fr.





On peut par exemple coder les déplacements de la façon suivante : les véhicules sont représentées par des flèches dans leur position finale après déplacement (la flèche « véhicule » donnant le sens de déplacement) ; le déplacement est codé par du texte à l'intérieur de la flèche : n°X pour avoir le numéro du déplacement, H, G, B, D indiquant « haut », « gauche », « bas », « droite », le nombre suivant indiquant le nombre de cases parcourues.

Le fait de demander le nombre minimum de déplacements conduit à chercher plusieurs solutions à un même problème pour satisfaire cette contrainte. Il n'est pas possible au niveau du cycle 2 d'être convaincu que le nombre trouvé est bien le minimum, il sera nécessaire de refaire les déplacements pour essayer de trouver une solution avec moins de déplacements.

B. *Parcours sur quadrillage*

Nous proposons de reprendre les problèmes du cycle 1 avec des quadrillages plus complexes (obstacles, sens de déplacement), des contraintes sur les déplacements autorisés, des codages plus variés ou des modes de communication plus contraints (différés dans le temps, dans l'espace).

C. *Mouvement et longueur du pas*

Phase 1 : comparer deux grandes longueurs

Les élèves doivent comparer les longueurs de deux couloirs ou bien de deux lignes droites dans la cour, dans le gymnase (matérialisées avec du scotch, de la craie), les deux « objets » dont on veut comparer la longueur n'étant pas visibles simultanément (dans le gymnase, cela peut être dans des parties lointaines, les lignes étant perpendiculaires), sans matériel. L'objectif est de faire sentir la nécessité du choix d'un ou plusieurs étalons pour comparer des longueurs, et que l'on dispose d'un étalon associé à son propre corps qui est le pas.

Choix des longueurs : deux longs couloirs, dont l'un « à l'œil » ne doit pas être plus long que l'autre. Si l'on souhaite que les élèves se rendent compte qu'avec leur propre corps ils disposent d'un étalon naturel, il faut veiller à ne pas choisir des couloirs avec des dalles carrées. Dans une école où cette activité a été menée, les élèves ont dénombré les carreaux au sol.

Des procédures d'élèves observées : « se coucher par terre les uns après les autres », « se donner la main », « compter le nombre de pas ».

Phase 2 :

Énoncé :

« Combien de pas du professeur pour aller d'un bout à l'autre du couloir, de la cour ? Combien pour un élève de chaque groupe ? »

L'objectif est de comprendre que les mesures dépendent de l'unité choisie, et même si possible d'arriver au constat : plus l'unité est grande plus la mesure d'une même longueur est petite.

Phase 3 : la cible avec les robots

L'objectif est d'utiliser un étalon non conventionnel (le pas d'un robot) pour mesurer des longueurs.

La situation : il s'agit de programmer les déplacements d'un robot afin qu'il atteigne une cible.

Matériel :

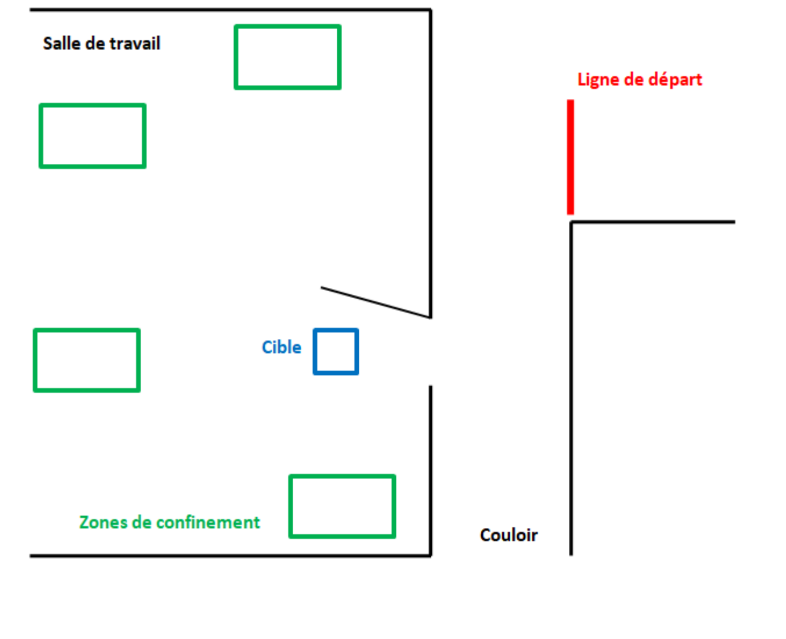
- plusieurs robots (un robot par groupe) ;
- deux ficelles (entre 1 m et 2 m) ; une grande bande de papier (entre 1 m et 2 m) ; deux petites bandes de papier (une vingtaine de centimètres) ; un double décimètre ; des ciseaux.

Votre robot est pour le moment dans une zone de confinement.

Vous devez le programmer dans cette zone, pour qu'ensuite il puisse aller seul, de la ligne de départ à la cible, sans nouvelle programmation.

Chaque groupe va choisir le matériel qu'il souhaite utiliser.

Je vous laisse une quinzaine de minutes pour définir une stratégie et programmer votre robot.
Je vous distribue une feuille sur laquelle vous écrirez votre programme avant de le tester.



IV. Problèmes cycle 3

A. *Problème du tram*

Ce problème a été proposé lors de la semaine des mathématiques 2015.

1. Énoncé

À Toulouse, avenue de Muret, le tramway passe. L'avenue est très longue. Quand on sort de l'école de formation des professeurs (ÉSPÉ), qui est situé environ au milieu de l'avenue, en tournant la tête à droite, on peut voir le tramway tourner au coin de l'avenue, en tournant la tête à gauche on voit l'arrêt du tramway. Quand je sors de l'ÉSPÉ, si je vois le tramway tourner au coin de l'avenue, dois-je courir pour arriver à l'arrêt ?

Si possible, projeter le diaporama ou imprimer les photos en format A3 pour la prise en main de l'énoncé.

Pour les élèves, il va s'agir de mettre en œuvre une démarche d'investigation pour demander de l'information, décomposer le problème en étapes.

2. Analyse

Pour les élèves, il va s'agir de mettre en œuvre une démarche d'investigation pour demander de l'information, décomposer le problème en étapes.

Plusieurs fois on va modéliser le problème : on va supposer que le tramway roule à vitesse constante, ce qui n'est pas le cas, on va supposer que lorsqu'on marche ou court sur le trottoir l'on n'est pas gêné par le croisement de piétons (ce qui est le cas car le trottoir est étroit), on va supposer que le temps de traversée de la rue est de quelques secondes et qu'il n'y a pas de voiture. Mais on discutera de ces choix avec les élèves, en particulier par rapport à la sécurité, ne pas traverser quand il y a des voitures, etc.

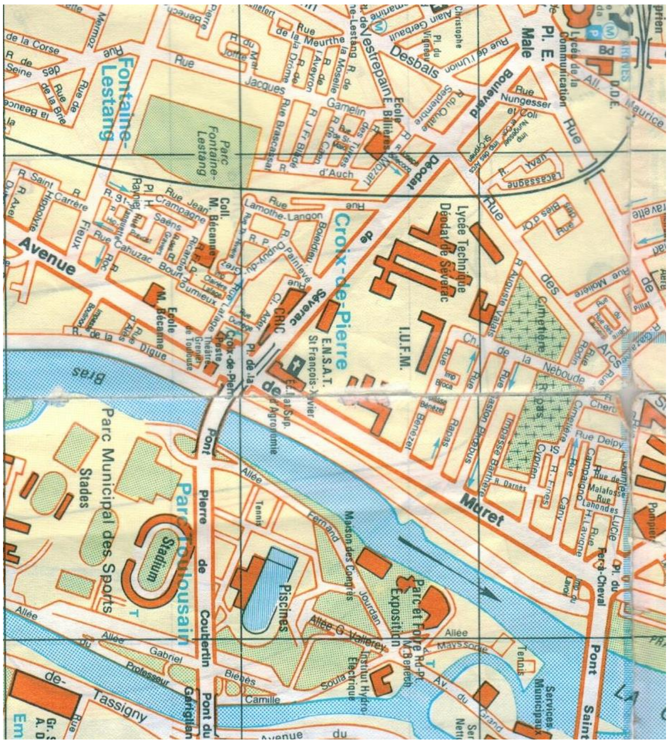
Résumé sur les informations à prendre :

- Distance entre le coin de l'avenue et l'ÉSPÉ, entre l'ÉSPÉ et l'arrêt du tramway ; documentation fournie en fichier séparé 15_semaine_maths_B3b_tram_plan: plan avec échelle ;
  Réponse Googlemaps : 350 m du coin de l'avenue à la sortie de l'ÉSPÉ, 240 m de la sortie de l'ÉSPÉ à l'arrêt du tram.
- Vitesse du tram : vitesse commerciale (20 km/h), vitesse de pointe 60 km/h. ou à modéliser à partir des horaires Tisseo ligne T1web.pdf Le tram met 4 min entre l'arrêt Croix de Pierre et

Fer à Cheval distants de 810 m. Sachant qu'il s'arrête environ 1 min à l'arrêt avenue de Muret Marcel Cavaillé, sa vitesse est d'environ $\frac{810\ \text{m}}{3\ \text{min}} = 270\ \text{m/min}$.

Réponse à partir de ces données : vitesse de $270\ m/min$ *pour parcourir* $350\ m + 240\ m = 590\ m$*, soit un peu plus de 2 min (ce qui est cohérent avec l'affichage à l'arrêt, quand le tram apparaît au bout de l'avenue, un temps d'attente de 2 min est affiché).*

- Vitesse d'un piéton en marchant, en courant à petite vitesse (car sur trottoir): donnée à construire par les élèves en expérimentant.
  Données Wikipédia : vitesse de l'ordre de 1 m/s=3600 km/h.
  Réponse Googlemaps : 3 min de la sortie de l'ÉSPÉ à l'arrêt du tram, si on se fie à la vitesse du piéton sur Wikipédia, il faut 240 s, soit 4 min.
- *Réponse au problème : il faut courir car on doit doubler la vitesse d'un piéton qui marche à la vitesse de* 1 m/s.



[Plan](#) au 1/13000

Vue sur l’avenue de Muret en sortant de l’ ÉSPÉ, vers la droite

Le tram s’engage dans l’avenue

Le tram circule dans l’avenue vers l’arrêt.

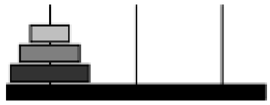
Quand le tram s'engage dans l'avenue, voilà ce qu'on voit à l'arrêt.

B. *Mouvements de palets : les tours de Hanoï*

Ce problème a été posé au « rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées » 2011 consultable à l'adresse suivante rallyemath-espe.univ-tlse2.fr.

On veut déplacer les trois anneaux sur la tige de droite en respectant les règles suivantes :

• on ne peut déplacer qu'un anneau à la fois,



• on ne peut placer un anneau que sur un autre anneau plus grand que lui ou sur un emplacement vide.

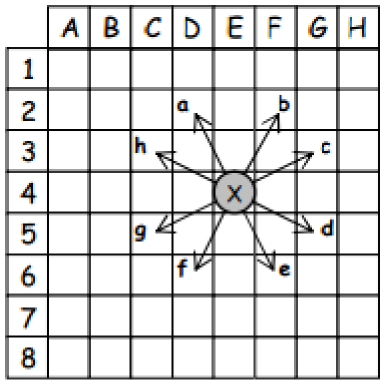
Combien faut-il de coups au minimum ?

On peut jouer ligne à l'adresse suivante : http://championmath.free.fr/tourhanoi.htm

C. *Déplacement sur échiquier*

Ce problème a été posé au « rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées » 2012 consultable à l'adresse suivante rallyemath-espe.univ-tlse2.fr.

Aux échecs, un cavalier a huit déplacements possibles, comme cela est montré. Le cavalier marqué X sur la case E4 de la figure ci-contre se retrouverait sur la case B7 après les deux déplacements g et f.



Un cavalier était sur la case C2, il a effectué 8 déplacements et s'est arrêté sur la case D5. On a noté les 4 premiers déplacements : d c h et f et les 2 derniers : a et g. On a oublié de noter le 5ème et le 6ème déplacement.

Il s'agit de retrouver ce qu'ils ont pu être…

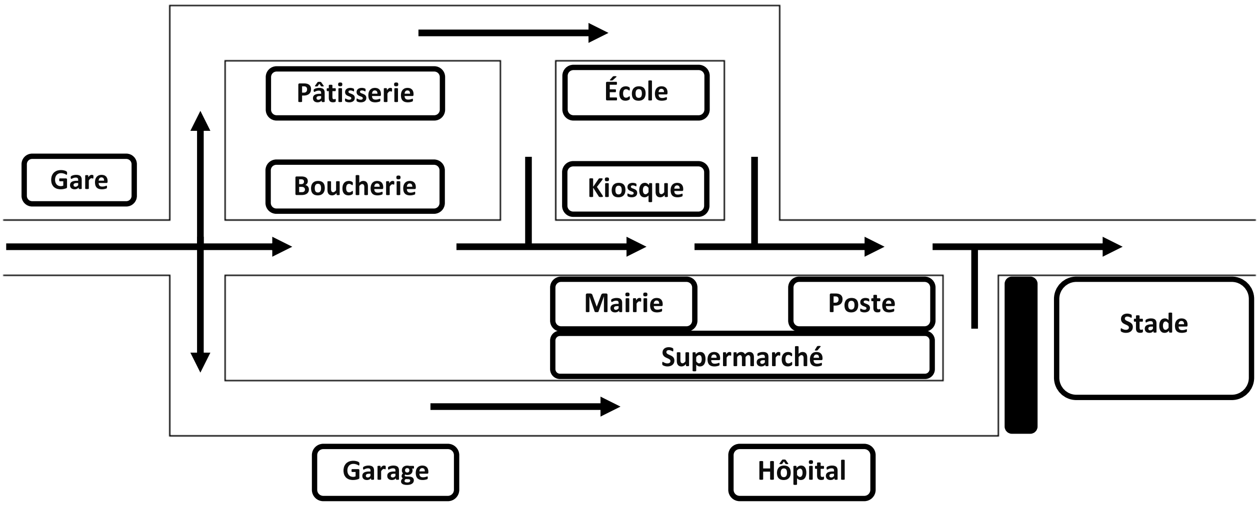
D. *Mouvements en bus*

Ce problème a été proposé lors de la semaine des mathématiques 2015.

Origine : GANDIT M. & MASSE-DEMONGEOT M.C. (1996, rééd. 2001), « *Le vrai et le faux au collège et au lycée* », éd. IREM de Grenoble, adaptation pour le cycle 3.

1. Énoncé

Un plan d'un réseau de bus simplifié est fourni, plan avec des sens uniques de circulation des bus. Diverses questions sont posées, du type « Si un bus passe devant le garage, alors il passe devant l'hôpital », permettant de mettre en œuvre des compétences logiques.



Voici ci-dessus un fragment de plan de ville représentant les différents parcours suivis par les bus permettant de se rendre de la gare au stade.

Répondre par vrai ou par faux aux différentes affirmations suivantes :

- Si un bus passe devant le garage, alors il passe devant l'hôpital.
- Si un bus passe devant la poste, alors il passe devant la mairie.
- Si un bus passe devant la mairie, alors il passe devant la poste.
- Si un bus ne passe pas devant la mairie, alors il ne passe pas devant la poste.

2. Analyse des questions

Elle permet de faire comprendre que l'on ne peut se mettre d'accord que si on se place dans un modèle parfaitement déterminé. Ici, l'énoncé nous indique que les bus font le trajet Gare → Stade (un bus n'a pas son terminus entre le garage et l'hôpital) et ils suivent le sens des flèches.

Elle permet d'une part, de voir ce qu'on appelle un exemple, un contre-exemple pour une conjecture donnée, d'autre part, d'énoncer la convention du Vrai et du Faux en mathématiques (il n'y a que deux réponses possibles, Vrai ou Faux, c'est ce qu'on appelle le principe du tiers exclu). Ici, on souhaite répondre à la question posée pour tous les bus circulant sur le trajet Gare → Stade. Certains vont effectivement passer devant la mairie avant de passer devant la poste (exemple). Mais d'autres vont passer devant l'école avant de passer devant la poste (contre-exemple). Un exemple ne suffit pas à déterminer le vrai dans ce contexte alors qu'un seul contre-exemple permet de répondre faux.

L'étude de cette conjecture permet de faire passer la notion de réciproque d'une implication et de montrer que la valeur de vérité de l'une est indépendante de la valeur de vérité de l'autre.

C'est l'occasion de rencontrer en situation (sans bien sûr la nommer) ce qu'on appelle la contraposée d'une implication : la contraposée d'une implication « si A alors B » est la proposition « si non B alors non A ». On montre qu'une implication et sa contraposée ont la même valeur de vérité : c'est le cas dans notre exemple des affirmations 2 et 4.

On rencontre " en actes" ces questions de logique en classe à l'école primaire.

Si on considère l'implication "si un nombre est un nombre entier alors c'est un nombre décimal", on peut s'interroger sur sa véracité, sur celle de sa réciproque. De même avec l'implication "si un quadrilatère est un rectangle alors c'est un carré" : est-elle vraie ? et sa réciproque ? et la contraposée ?

Pour aller plus loin, on pourra se reporter au document "Ressources pour les classes " du collège consacré au raisonnement et à la démonstration

(http://www.dialogue.education.fr/D0015/doc_acc_clg_raisonnement&demonstration.pdf).

E. *Mouvement en train*

Ce problème a été proposé lors de la semaine des mathématiques 2015.

Il s'agit d'un problème d'horaire et de durée de temps de trajet, l'énoncé est donné sous forme de dialogue entre un employé de la SNCF et un voyageur.

1. Énoncé

« Écoutez cette demande d'un voyageur souhaitant se rendre de Rodez à Foix et aidez-le à choisir la proposition lui permettant de passer le moins de temps dans le train. »

Fichiers sons : train.wma train.mp4

Alternative : le dialogue peut être lu par l'enseignant si on ne dispose pas de moyen de lecture.

2. Analyse

Ce problème porte sur le calcul de durée connaissant l'instant initial et l'instant final et sur la somme de durées puisque le trajet est décomposé en deux tronçons (Rodez-Toulouse puis Toulouse-Foix). Il oblige les élèves à extraire les informations importantes du dialogue pour répondre à la question posée.

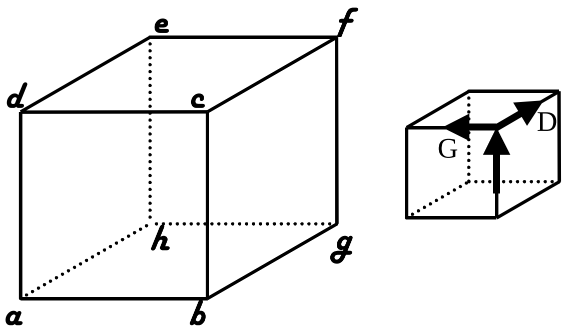
Le calcul de durées connaissant l'instant initial et l'instant final permet de mobiliser les techniques de la soustraction dans une autre base que la base dix (recherche du complément par jalonnement, la durée de 10 h 26 à 12 h 42 peut s'obtenir en sommant les durées de 10 h 26 à 10 h 30 puis de 10 h 30 à 11 h 00 puis de 11 h à 12 h puis de 12 h à 12 h 42 soit 4 min + 30 min + 1 h + 42 min, on peut aussi utiliser la technique posée de la soustraction…). La somme de durées, quant à elle, permet de revoir la technique posée de l'addition et notamment le sens des retenues.

F. *Mouvement de fourmi*

Ce problème a été posé au « rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées » en 2005.

Une fourmi se déplace sur les arêtes à l'extérieur de ce cube. En arrivant à un sommet elle peut se déplacer vers l'arête à sa droite (D) ou vers l'arête à sa gauche (G) comme indiqué sur le schéma.

Elle part de a , va vers b, puis s'oriente ainsi : D G G D G D G D. En quel sommet est-elle arrivée ?



G. *Le plus court chemin*

Ce problème est proposé dans le manuel *Euromaths CM1*, éd. Hatier 2009 (voir extrait ci-dessous).

Il s'agit de motiver le tracé d'une perpendiculaire à une droite donnée par un problème de plus courte distance et aussi de construire une des images mentales de la perpendicularité. Le manuel propose une activité dans la cour où il s'agit de trouver la plus courte distance pour aller d'un piquet à une ligne droite tracée à la craie au sol. Sur le manuel, la situation est reprise avec d'une part -un dessin d'une plage, avec un bord de l'eau rectiligne, une petite fille souhaitant se rendre par le plus court chemin au bord de l'eau-, d'autre part -un plan expliquant que le point sur le plan représente la position de la petite fille, que la droite représente le bord de l'eau-. Telle que proposée, cette situation est intéressante car elle permet de travailler dans le méso-espace et le micro-espace, et elle suggère aussi une modélisation du réel par la présence conjointe du dessin et du plan. Les élèves vont conjecturer que la plus courte distance entre le point fixé et un des points de la droite semble être atteinte lorsqu'on trace la perpendiculaire à la droite passant par le point. On pourra rajouter à la séance du manuel une validation « empirique » de la conjecture en utilisant un logiciel de géométrie dynamique, qui permet de faire de très nombreux essais.

20

CALCUL MENTAL
Jeu du furet : compter de 6 en 6 en croissant à partir de 0 puis en décroissant à partir d'un multiple de 6. Demander de temps en temps de quel multiple de 6 il s'agit (ex. : 54, c'est 6 fois 9).

Distance d'un point à une droite, droites perpendiculaires

Objectifs : prendre conscience que la perpendiculaire à une droite permet d'obtenir la plus courte distance d'un point à cette droite. Repérer et tracer des droites perpendiculaires.

ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE DE DÉCOUVERTE : tracer une droite d sur le sol de la cour. Placer un piquet P extérieur à la droite. Les élèves cherchent l'endroit de la droite où l'on est le plus près du piquet, par exemple en se déplaçant sur la droite. Le faire vérifier.

DÉCOUVERTE

1 Sur le plan, la droite d représente le bord de la plage et le point A la position de Leïla sur la plage. Un centimètre sur le plan représente 1 mètre sur la plage. Décalque ce plan.

a. Quel est le chemin le plus court qui permet à Leïla de toucher l'eau ? Trace-le.
Comment est ce chemin ? Comment est-il par rapport à la droite d ?

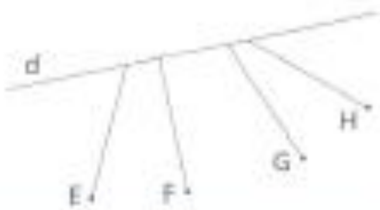
b. Mesure la longueur de ce chemin sur le plan.
Cette longueur s'appelle la distance du point A à la droite d.
Sur la plage, à quelle distance Leïla se trouve-t-elle de l'eau ?

2 Qwang a construit un château sur la plage.
On veut le placer sur le plan. On sait qu'il est à la distance de 3 m du bord de la plage.

Indique sur le plan où il peut se trouver. Y a-t-il plusieurs solutions ?
Explique comment tu as procédé.

EXERCICES

1 Reproduis la figure en la décalquant.
Quel est le point qui se trouve à la distance de 2 cm de la droite d ?
Explique comment tu as fait pour être sûr(e).



H. *Mouvements de roues*

Ce problème a été posé au « rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées » en 2010.

On a fabriqué un engrenage avec trois roues crantées.

On fait tourner la roue B de 10 tours dans le sens des aiguilles d’une montre. Combien de tours (et dans quel sens) les roues A et C vont-elles effectuer ?